

**Библиографический список**

1. **Формализация** расчета загрузки железнодорожных операторов / И. М. Кокурин. – Вестник ВНИИЖТа. – 1983. – № 5. – С. 51–54.

2. **Нормы** технологического проектирования устройств автоматики и телемеханики на федеральном железнодорожном транспорте НТП СЦБ/МПС-99. Утверждены указанием МПС РФ от 24 июня 1999 г. № А-1113. Санкт-Петербург 1999. – 69 с.

УДК. 625.041.1

**А. Ф. Колос, В. С. Рыжов**

Петербургский государственный университет путей сообщения

**РАСЧЕТ ОСАДОК НАСЫПЕЙ НА СЛАБОМ ОСНОВАНИИ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ**

Предлагается методика расчета деформаций основания земляного полотна с учетом многослойности и вибродинамического воздействия методом граничных элементов. Определение перемещений сводится к решению уравнений Ламе динамической теории упругости с учетом снижения модуля деформации под действием вибродинамической нагрузки. По результатам расчета могут быть получены численные значения перемещения любой точки грунтового массива не только в вертикальном направлении, но и в поперечном.

насыпь, земляное полотно, торф, основание, амплитуда, колебания, ускорение, деформации, вибродинамика, закон Гука, динамическая теория упругости.

**Введение**

Заболоченность отдельных территорий Российской Федерации составляет до 40–45%. В это число входят торфяные болота. Эксплуатация земляного полотна железных дорог на торфяном основании была и остается в настоящее время крайне актуальной проблемой.

В соответствии со Стратегией развития железнодорожного транспорта Российской Федерации до 2030 года планируется значительное увеличение грузо- и пассажиропотока на сети железных дорог, что вызывает острую необходимость как модернизации существующей инфраструктуры, так и строительства новых железнодорожных линий. Строительство железных дорог в таких условиях требует обеспечения эксплуатационной надежности железнодорожного пути в целом.

Земляное полотно, как один из его элементов, по своим конструктивным особенностям является практически самым долговечным сооружением, от состояния и целостности которого зависит работа верхнего строения пути и надежность его работы. Все виды ремонтов и оздоровления земляного полотна очень дороги и трудоемки, поэтому его проектирование, расчет и строительство следует производить на перспективу с учетом реальных условий работы грунтов земляного полотна и его основания.

Статистические данные Центра обследования и диагностики инженерных сооружений ОАО РЖД показывают, что дефектам и деформациям подвержено 6,1% земляного полотна сети железных дорог. Основное количество дефектов земляного полотна связано с нарушением его геометрических очертаний – 31,8% от протяженности дефектного и деформирующегося земляного полотна.

Деформации тела насыпи (осадки, сплывы) составляют 30,2%, дефекты и деформации основной площадки (балластные корыта, пучины) – 15,2%. Львиная доля подобных деформаций связана с осадкой основания земляного полотна, сложенного слабым грунтом [1], в том числе торфом. Большинство таких насыпей было построено десятки лет назад, следовательно, наличие деформаций может быть связано с вибродинамическим воздействием от подвижного состава.

На сегодняшний день отсутствуют методики расчета и прогнозирования осадок основания земляного полотна, вызванных действием вибродинамической нагрузки от проходящих поездов.

Такой расчет может быть выполнен с использованием динамической теории упругости.

Нелинейная зависимость *осадка–нагрузка* при проведении испытаний торфа имеет слабовыраженное криволинейное очертание, то есть отличие между линейной и нелинейной зависимостями достаточно мало. Таким образом, в настоящее время нет оснований считать, что решение задачи по определению осадок грунтов слабого основания существенно отличается от решений теории упругости [2].

## 1 Общие положения расчета

Как известно, обобщенный закон Гука для упругой грунтовой среды имеет вид:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3k} \varepsilon \delta_{ij} + 2G e_{ij}, \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжений;  $\varepsilon$  – объемная деформация;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$ ;  $k$  – модуль объемного сжатия;  $G$  – модуль сдвига;  $e_{ij}$  – девиатор деформаций.

Учитывая, что тензор деформации

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}, \quad (2)$$

соотношение (1) может быть представлено в виде:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon \delta_{ij} + 2G e_{ij}, \quad (3)$$

где  $\lambda$  – параметр Ламе,

$$\lambda = \frac{1}{3k} - \frac{2}{3} G. \quad (4)$$

Параметр Ламе  $\lambda$  и модуль сдвига  $G$  связаны с техническими модулями: модулем деформации  $E$  и коэффициентом Пуассона  $\nu$  следующими соотношениями:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}; \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}. \quad (5)$$

Следует отметить: в соотношениях (5) используется статический модуль деформации, то есть принимается, что в пределах рассматриваемой толщи величина модуля неизменна. В предлагаемой методике предусматривается снижение модуля деформации торфа от действия вибродинамической нагрузки от подвижного состава. Числовые значения этого модуля определяются зависимостью:

$$E_{\text{дин}} = E_{\text{ст}} \left( K'_E + K_E e^{(-K'(A-A^n))} \right), \quad (6)$$

где  $E_{\text{дин}}$  – модуль деформации торфа при вибродинамическом воздействии с амплитудой колебаний  $A$ , МПа;  $E_{\text{ст}}$  – модуль деформации торфа, определенный при действии статической нагрузки, МПа;  $K'_E$  – отношение минимального модуля деформации при вибродинамическом воздействии к его значению при статическом нагружении;  $K_E$  – максимальная величина показателя относительного снижения модуля деформации при вибродинамическом воздействии;  $K'$  – коэффициент вибродинамического деформирования грунта;  $A$  – амплитуда колебаний при определении модуля деформации, мкм;  $A^n$  – начальная амплитуда, вызывающая снижение модуля на 3–5%, мкм.

Данная зависимость получена на основании многочисленных экспериментов, про-

веденных в вибростабилометре ЛИИЖТа, и устанавливает связь между статическим и динамическим модулями деформации в зависимости от амплитуды колебаний.

Аналитическая зависимость для определения амплитуды колебаний на различном расстоянии от источника имеет следующий вид:

$$A_{xy} = A_0 \cdot e^{(-\gamma \cdot \delta_1 - \delta_2^1 \cdot f(x) - \delta_2^2 \cdot (x-1,35) + \delta_3 \cdot h_n)}, \quad (7)$$

где  $A_0$  – результирующая амплитуда колебаний на основной площадке земляного полотна в сечении у торца шпалы, мкм;  $\delta_2^1$ ,  $\delta_2^2$  – коэффициенты загасания колебаний в первой и второй зоне соответственно, 1/м;  $\delta_3$  – коэффициент загасания колебаний в откосной части насыпи, 1/м;  $h_n$  – высота насыпи над рассматриваемой точкой, м;

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1,35; \\ (x-1,35) & \text{при } 1,35 \leq x \leq 18,00; \\ 16,65 & \text{при } x > 18,00. \end{cases}$$

Характер изменения амплитуды колебаний торфяного основания был определен по результатам обработки данных, полученных в ходе полевых экспериментов, проведенных авторами на линии Грузино–Сосново Октябрьской железной дороги осенью 2012 года.

Таким образом, далее будем говорить о динамическом параметре Ламе  $\lambda_{\text{дин}}$  и динамическом модуле сдвига  $G_{\text{дин}}$ :

$$G_{\text{дин}} = \frac{E_{\text{дин}}}{2(1+\nu)}; \quad \lambda_{\text{дин}} = \frac{E_{\text{дин}}}{(1+\nu)(1-2\nu)}. \quad (8)$$

Уравнение (3) с учетом формул Эйлера, устанавливающих связь тензора малых деформаций с компонентами вектора перемещений, можно записать в виде:

$$\sigma_{ij}^{\text{дин}} = \lambda_{\text{дин}} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} + G_{\text{дин}} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right). \quad (9)$$

Уравнение движения элемента грунтовой массы при описании динамических процессов имеет вид:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{\text{дин}}}{\partial x_j} + X_i = \rho \frac{\partial V_i}{\partial t}, \quad (10)$$

где  $X_i$  – компоненты вектора массовых сил;  $\rho$  – плотность грунтовой массы.

Подставив соотношение (9) в уравнения движения и упростив, получим уравнения Ламе динамической теории упругости в перемещениях:

$$G_{\text{дин}} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + (\lambda_{\text{дин}} + G_{\text{дин}}) \frac{\partial^2 V_j}{\partial x_i \partial x_j} + X_i = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2}. \quad (11)$$

Для плоской задачи система уравнений Ламе (10) имеет вид:

$$\begin{cases} (\lambda_{\text{дин}} + 2G_{\text{дин}}) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + G_{\text{дин}} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \\ + (\lambda_{\text{дин}} + G_{\text{дин}}) \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} - \rho a_x = 0; \\ G_{\text{дин}} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + (\lambda_{\text{дин}} + 2G_{\text{дин}}) \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \\ + (\lambda_{\text{дин}} + G_{\text{дин}}) \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} - \gamma - \rho a_y = 0, \end{cases} \quad (12)$$

где  $a_x$ ,  $a_y$  – ускорения частиц грунта основания земляного полотна в направлениях  $X$  и  $Y$ , являющиеся функциями координат скорости поезда и осевой нагрузки.

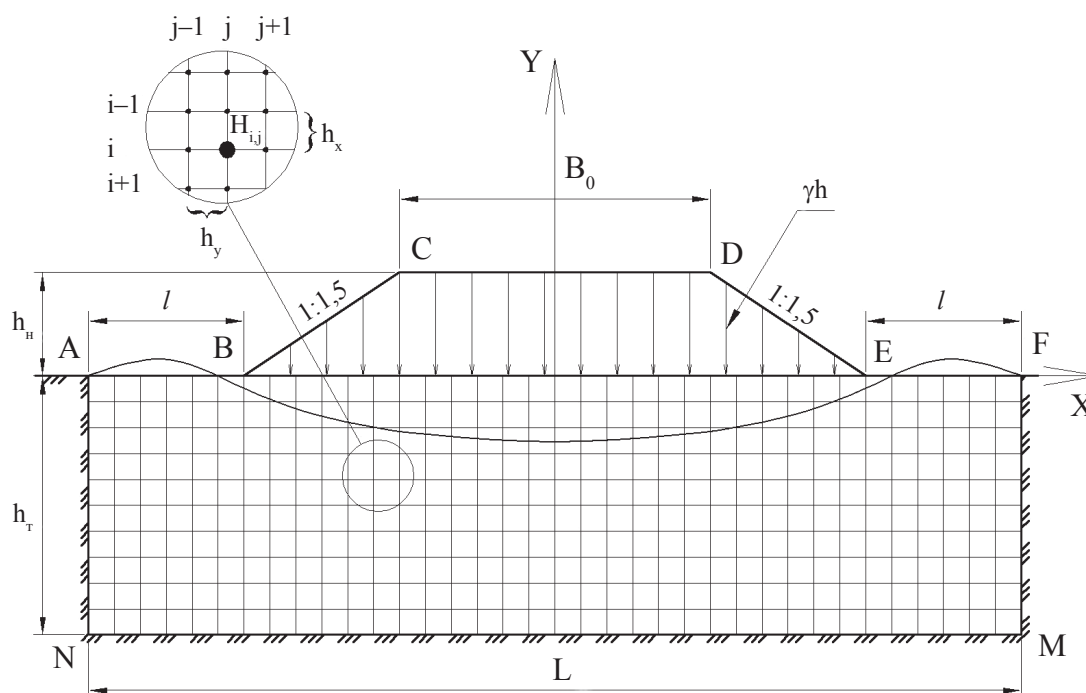
В общем виде ускорения  $a_x$ ,  $a_y$  описываются аналитическими зависимостями:

$$\begin{aligned} a_x &= f(x, y, V, P_{oc}); \\ a_y &= f(x, y, V, P_{oc}), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $x$ ,  $y$  – координаты точки, в которой определяется ускорение;  $V$  – скорость поезда;  $P_{oc}$  – осевая нагрузка.

## 2 Расчеты

Рассмотрим насыпь железнодорожного земляного полотна на болоте (рисунок).



Расчетная схема

Мощность торфа, подстилаемого несжимаемым скальным грунтом, равна  $h_t$ . Границы рассматриваемой области в поперечном направлении определяются расстоянием, где деформации торфа отсутствуют.

Допустим, что исследуемая область (земляное полотно) бесконечно простирается вдоль оси  $Z$ , направленной перпендикулярно рассматриваемому поперечному сечению земляного полотна, а граничные условия не зависят от  $Z$ . Предполагаем, что перемещения  $U$  и  $V$  не зависят от координаты  $z$ , тогда очевидно, что  $\tau_{zx} = \tau_{zy} = \gamma_{zx} = \gamma_{zy} = \varepsilon_z = 0$ . То есть имеет место задача плоской деформации.

Граничные условия для полосы  $ANMF$ , сформулированные в напряжениях и перемещениях, запишем в виде:

$$\begin{cases} U = V = 0 \text{ вдоль } AN, NM \text{ и } MF; \\ \tau_{xy} = 0 \text{ вдоль } ABEF; \\ \sigma_y = \gamma h_n \text{ вдоль } BE; \\ \sigma_y = 0 \text{ вдоль } AB \text{ и } EF. \end{cases} \quad (14)$$

Чтобы проинтегрировать систему уравнений (12), необходимо граничные условия записать в перемещениях:

$$\begin{cases} U = V = 0 \text{ вдоль } AN, NM \text{ и } MF; \\ \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \text{ вдоль } ABEF; \\ (\lambda_{\text{дин}} + 2G_{\text{дин}}) \frac{\partial V}{\partial y} + \\ + \lambda_{\text{дин}} \frac{\partial U}{\partial x} = \gamma h_n \text{ вдоль } BE; \\ (\lambda_{\text{дин}} + 2G_{\text{дин}}) \frac{\partial V}{\partial y} + \\ + \lambda_{\text{дин}} \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \text{ вдоль } AB \text{ и } EF. \end{cases} \quad (15)$$

Решим данную систему уравнений с граничными условиями методом конечных разностей, покрыв область  $ANMF$  сеткой, образованной пересечением горизонтальных и вертикальных прямых с постоянным шагом вдоль осей  $X$  и  $Y$   $h_x = h_y = h$ . Точки пересечения прямых образуют узлы сетки. Производные от функций  $U$  и  $V$  в узле  $(i, j)$  определяются через значения функций в соседних узлах. Первые производные:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_{ij} &= \frac{V_{i+1,j} - V_{i-1,j}}{2h_x}; \\ \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_{ij} &= \frac{V_{i,j+1} - V_{i,j-1}}{2h_y}. \end{aligned} \quad (16)$$

Вторые производные:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)_{ij} &= \frac{V_{i+1,j} - 2V_{ij} + V_{i-1,j}}{h_x^2}; \\ \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)_{ij} &= \frac{V_{i,j+1} - 2V_{ij} + V_{i,j-1}}{h_y^2}; \\ \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y}\right)_{ij} &= \frac{V_{i+1,j+1} - V_{i+1,j-1} + V_{i-1,j-1} - V_{i-1,j+1}}{4h_x h_y}. \end{aligned} \quad (17)$$

Аналогично определяются первые и вторые производные для функции  $U$ .

Заменив вторые производные в системе уравнений (12) соотношениями (16) и (17) и выразив перемещения, получаем системы уравнений для внутренних узлов:

$$\begin{cases} U_{ij} = \frac{(\lambda_{\text{дин}} + 2G_{\text{дин}})}{2(\lambda_{\text{дин}} + 3G_{\text{дин}})}(U_{i-1,j} + U_{i+1,j}) + \\ + \frac{G_{\text{дин}}}{2(\lambda_{\text{дин}} + 3G_{\text{дин}})}(U_{i,j-1} + U_{i,j+1}) + \\ + \frac{(\lambda_{\text{дин}} + G_{\text{дин}})}{8(\lambda_{\text{дин}} + 3G_{\text{дин}})}(V_{i+1,j+1} - V_{i+1,j-1} + \\ + V_{i-1,j-1} - V_{i-1,j+1}) - \rho a_x; \\ V_{ij} = \frac{G_{\text{дин}}}{2(\lambda_{\text{дин}} + 3G_{\text{дин}})}(V_{i-1,j} + V_{i+1,j}) + \\ + \frac{(\lambda_{\text{дин}} + 2G_{\text{дин}})}{2(\lambda_{\text{дин}} + 3G_{\text{дин}})}(V_{i,j-1} + V_{i,j+1}) + \\ + \frac{(\lambda_{\text{дин}} + G_{\text{дин}})}{8(\lambda_{\text{дин}} + 3G_{\text{дин}})}(U_{i+1,j+1} - U_{i+1,j-1} + \\ + U_{i-1,j-1} - U_{i-1,j+1}) + \gamma - \rho a_y, \end{cases} \quad (18)$$

а также для узлов, находящихся на поверхности полуплоскости вдоль АВЕФ:

$$\begin{cases} U_{1j} = \frac{(4U_{2j} - U_{3j} + V_{1,j+1} - U_{1,j-1})}{3}; \\ V_{1j} = \frac{1}{3}(4V_{2j} - V_{3j}) + \frac{\lambda}{3(\lambda_{\text{дин}} + 2G_{\text{дин}})} \times \\ \times (U_{1,j+1} - U_{1,j-1}) + \frac{\omega}{3(\lambda_{\text{дин}} + 2G_{\text{дин}})}, \end{cases} \quad (19)$$

где  $\omega = 2\gamma h h_n$  вдоль ВЕ,  $\omega = 0$  вдоль АВ и ЕФ.

Решение задачи проведем численно итерационным методом Либмана–Зейделя. Суть метода заключается в следующем: на первом шаге задаются приближенные значения перемещений, равные нулю, и формируется нулевая матрица; затем формируется матрица для определения перемещений в узлах по формулам (18) и (19); расчет продолжается до тех пор, пока не будет достигнут требуемый уровень точности в каждой точке.

Для определения дополнительной осадки насыпи на болоте, возникающей за счет действия вибродинамической нагрузки, осуществляются два расчета.

*Первый расчет.* Определяется общая осадка грунтов основания без учета действия вибродинамической нагрузки. Исходные данные:  $A_0 = 0$ ,  $a_x = a_y = 0$ . Получаем осадку, учитывая только собственный вес грунта насыпи  $S$ .

*Второй расчет.* Определяется общая осадка грунтов основания с учетом действия поездной нагрузки. Исходные данные:  $A_0$ ,  $a_x$ ,  $a_y$ . В данном расчете получаем величину осадки  $S'$  с учетом собственного веса и дополнительной осадки за счет действия вибродинамической нагрузки.

Таким образом, осадка, которая будет возникать только за счет действия вибродинамической нагрузки,

$$S_{\text{дин}} = S' - S.$$

## Заключение

Проведенные расчеты показывают, что для насыпей, опирающихся на торф с различными значениями модуля деформации,

при различной мощности торфа под насыпью динамическая осадка может достигать от 10 до 20% от общей величины осадки. Эти осадки будут развиваться на протяжении достаточно длительного времени с различной интенсивностью. Поэтому при проектировании необходимо учитывать появление таких дополнительных осадков и предусматривать в период строительства мероприятия, которые либо учитывают, либо исключают их.

### Библиографический список

1. **Перспективные** направления развития мониторинга и диагностики земляного полотна ОАО РЖД // Евразия Вести. – 2010. – № 9. – С. 4.
2. **Земляное** полотно автомобильных дорог на слабых грунтах / И. Е. Евгеньев, В. Д. Казарновский. – М. : Транспорт, 1976. – 271 с.

3. **К вопросу** о повышении осевых нагрузок и скоростей движения поездов на участках опирания земляного полотна на слабое основание / А. Ф. Колос // Путь и путевое хозяйство. – 2009. – № 11. – С. 9–10.

4. **Теоретические** основы геомеханики / А. К. Черников. – СПб. : Петербургский гос. ун-т путей сообщения, 1994. – 187 с.

5. **Влияние** вибродинамического воздействия на прочностные свойства иольдиевых глин / И. В. Колос, А. Ф. Колос // Сборник научных трудов, посвященный юбилею Томского государственного архитектурно-строительного университета. – Томск : ТГАСУ, 2002. – С. 48–49.

6. **Напряженное** состояние основной площадки земляного полотна, усиленной геосинтетическими материалами / И. В. Прокудин, Л. С. Блажко, А. Ф. Колос // Материалы науч.-техн. конф. «Проблемы и перспективы развития железнодорожного транспорта». – Екатеринбург : УрГУПС, 2003. – С. 113–115.

УДК 624.042.8:629.73

**В. В. Кондратов**

ООО «Мостовые сооружения и путь»

## ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПОЕЗДОВ С ПРОЛЕТНЫМИ СТРОЕНИЯМИ МОСТОВ

Рассматриваются особенности динамического взаимодействия высокоскоростной поездной нагрузки и балочных пролетных строений мостов на основе численного эксперимента. Показана зависимость величины динамического воздействия поездов на мосты от скорости их движения, динамических характеристик пролетных строений и их длины. Приводятся результаты экспериментальных исследований работы стальных пролетных строений при скорости движения высокоскоростного поезда «Сапсан» 250 км/ч.

мост, динамика, численный эксперимент, система *мост–поезд*, частота колебаний, динамический коэффициент, испытания моста.

### Введение

В отечественных нормах динамическое воздействие поездов на пролетные строения мостов определяется величиной динамиче-

ского коэффициента, полученного на основе испытаний мостов при скоростях движения поездов до 200 км/ч. Такой подход к учету динамического воздействия поездов на мосты не отражает всего многообразия факто-