

– определять оптимальное количество транспортных средств *каждого типа* для обслуживания данного маршрута;

– назначать каждому транспортному средству начальную и конечную точки его маршрута и набор остановочных пунктов;

– в комплексе рассматривать различные виды транспорта, их совместное влияние и участие в перевозке пассажиропотока.

Назначения, определяемые методикой, полностью удовлетворяют потребность в перевозке пассажиров на всей протяженности маршрута с учетом промежуточных пунктов.

Кроме того, предусматривается возможность интермодальных маршрутов, может применяться в случаях, когда часть маршрута обслуживается железнодорожным транспортом и на маршруте имеются пункты стыковки железнодорожного и автомобильного транспорта.

Отметим в заключение, что предложенная методика успешно апробирована в Свердловской области.

### Библиографический список

1. **Организационные** структуры как мультиоператорные сети. Задачи прочности и устойчивости / В. М. Сай, С. В. Сизый // Транспорт Урала. – 2009. – № 2 (21). – С. 5–9.

2. **Доверительная** оценка предприятий и выработка управленческих решений по взаимодействию с поставщиками продукции и услуг для хозяйствующих подразделений железнодорожного транспорта / В. М. Сай, С. В. Сизый, В. К. Фомин // Известия ПГУПС. – 2011. – № 2. – С. 7–16.

3. **О моделировании** взаимодействия автомобильного, авиационного (малая авиация) и железнодорожного транспорта в области пассажирских перевозок / В. М. Сай, С. В. Сизый, А. М. Сидоренко // Вестник УрГУПС. – 2012. – № 3 (15). – С. 43–54.

4. **Сетевая** поддержка предприятий в градуированных организационных сетях / С. В. Сизый // Вестник УрГУПС. – 2010. – № 1 (5). – С. 55–69.

5. **Организация** содержания транспортной инфраструктуры в сетях с разделенными интересами с применением математической теории автоматов / В. М. Сай, С. В. Сизый, С. В. Вихарев, К. А. Варанкина // Вестник УрГУПС. – 2011. – № 3 (11). – С. 42–54.

6. **Геометрическая** прочность сетей. Признаки и показатели надежности сетевых структур / С. В. Сизый, В. В. Маевский // Транспорт, наука, техника, управление. – 2010. – № 11. – С. 10–17.

7. **Потоки** в сетях / Л. Р. Форд, Д. Фалкерсон. – М.: Мир, 1966. – 276 с.

8. **Методы** анализа сетей / Д. Филипс, А. Гарсия-Диас. – М.: Мир, 1984. – 496 с.

УДК 625.1.03:629.4.027.432

**А. Б. Кильдибеков, А. В. Шилер, В. В. Шилер**

Омский государственный университет путей сообщения

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛЕСНОЙ ПАРЫ С ГИБКИМИ БАНДАЖАМИ И РЕЛЬСОВОЙ КОЛЕИ

Представлено новое техническое решение конструкции колесной пары с гибкими бандажами и независимым вращением поверхностей катания. Разработана и обоснована расчетная схема движения колесной пары с гибкими бандажами в рельсовой колее. В точке контакта гибкого бандажа и рельса сила трения скольжения представлена двумя составляющими: «покою» и проскальзывания («крип»). В математической модели возмущения представлены пространственными неровностями

рельсовых нитей. Установлено значительное преимущество новой конструкции колесной пары по сравнению со стандартной по всем технико-экономическим параметрам.

математическая модель, колесная пара, гибкий бандаж, независимое вращение, трение скольжения, пространственные неровности.

## Введение

Основными отличительными особенностями новой конструкции колесной пары от других известных вариантов являются следующие технические решения: первое – независимое вращение всех поверхностей, контактирующих с головкой рельса (нет жесткой связи между поверхностями катания бандажей и гребнями, между поверхностями катания левого и правого бандажей), второе – подрессоренные гибкие бандажи [1], [2]. Кроме этого, поверхности катания гибких бандажей имеют цилиндрическую поверхность в отличие от конусной поверхности у стандартных колесных пар. За счет новых технических решений получены следующие преимущества: гибкие бандажи и гребни новой колесной пары катятся по рельсам в режиме трения качения без паразитного проскальзывания, которое является источником извилистого движения стандартной колесной пары и увеличивает сопротивление её движению в два раза; в точке контакта гибкого бандажа и рельса существенно снижена необрессоренная масса.

## 1 Обоснование расчетной схемы

Для новой конструкции колесной пары за счет деформации упругой прокладки гибкого бандажа уравнение связи гибкого бандажа с колесным центром может быть представлено в виде:

$$\dot{y}_{r6} - \dot{x}_{r6} \cdot \operatorname{tg}\psi_{r6} = 0. \quad (1)$$

В силу неинтегрируемости уравнения (1) система *колесная пара – путь* является неголономной [4], [6]. Наиболее близкой по характеру движения для новой конструкции колесной пары, как системы с неголономными связями, является динамика движения

упругого пневматика автомобиля. Первые исследования по устойчивости неголономных систем были выполнены Е. Уиттекером, затем последовали работы О. Боттемы, М. А. Айзермана, Ф. Р. Гантмахера, А. Н. Обморшева, Г. Н. Князева, Ю. И. Неймарка и Н. А. Фуфаева [4] и др.

Движение гибкого бандажа колесной пары новой конструкции по рельсу существенно отличается от движения пневматика по дороге с твердым покрытием:

- площадь контакта в системе *гибкий бандаж – рельс* на порядок меньше, чем в системе *пневматик – дорога*;

- расположение пятна контакта пневматика с дорогой относительно центра жесткости зависит только от величины деформации пневматика, тогда как положение точки контакта гибкого бандажа и рельса задаётся следующими параметрами: деформацией упругой прокладки гибкого бандажа, шириной рельсовой колеи, состоянием поверхностей катания рельсов и гибких бандажей;;

- траектория движения колесной пары новой конструкции в горизонтальной плоскости зависит от относительного положения колесных пар в тележке, и при касании гребня головки рельса он катится по боковой поверхности рельса в режиме трения качения.

Для исследования движения новой конструкции колесной пары использована одноосная расчетная схема с учетом эквивалентных упруго-диссипативных связей с рамой двусосной тележки. В расчетной схеме для новой конструкции колесной пары с учетом особенностей её технических решений приняты следующие условия:

- гибкий бандаж имеет упруго-диссипативные связи с колесным центром по всем координатным направлениям;

- при набегании гребня на головку рельса контакт гребня с головкой рельса принят одноточечным;

– поверхность катания гибкого бандажа имеет цилиндрическую форму, а очертание боковой поверхности гребня – стандартное, типа ВНИИЖТа;

– упругие горизонтально-поперечные связи букс новой конструкции колесной пары с тележкой рассчитаны из условия равенства критических скоростей движения для одноосной и двуосной тележки со стандартными колесными парами.

С учетом симметрии системы «колесная пара с гибкими бандажами – рельсовая колея» относительно продольной оси на рисунке 1 приведена только половина расчетной схемы, состоящей из одного колеса с гибким бандажом. В расчетной схеме представлены следующие основные элементы конструкции: 1 – шпиртонные направляющие буксы колесной пары; 2 – рама тележки; 3 – упругость ( $C_{pn}^y$ ) и демпфирование ( $\beta_{pn}^y$ ) резиновой прокладки в поперечном направлении; 4 – упругость ( $C_{pn}^z$ ) и демпфирование ( $\beta_{pn}^z$ ) резиновой прокладки в вертикальном на-

правлении; 5 – масса верхней части гибкого бандажа ( $m_{r6-b}^z$ ); 6 – упругость ( $C_{r6-n}^z$ ) и демпфирование ( $\beta_{r6-n}^z$ ) нижней необрессоренной части гибкого бандажа, контактирующей с поверхностью катания рельса; 7 – масса нижней необрессоренной части гибкого бандажа ( $m_{r6-n}^z$ ); 8 – буксовый узел колесной пары; 9 – колесный центр; 10 – упругость ( $C_{pn}^x$ ) и демпфирование ( $\beta_{pn}^x$ ) резиновой прокладки по координате вращения ( $\chi_{r6}$ ) гибкого бандажа вокруг собственной оси  $x_{r6}$ ; 11 – вертикальные упругие и демпфирующие элементы буксовой ступени подвешивания ( $C_6^z, \beta_6^z$ ); 12 – приведённая вертикальная жесткость и демпфирование рельсовой нити ( $C_n^z, \beta_n^z$ ); 13 – гребневой диск колесной пары.

*Обозначения в расчетной схеме.* В расчетной схеме инерциальная система координат имеет следующие обозначения:

$X_{n,j}, Y_{n,j}, Z_{n,j}, \alpha_{n,j}, \varphi_{n,j}, \psi_{n,j}$  – координатные направления движения верхнего строения пути под  $i$ -м гибким бандажом и  $j$ -й колесной пары;

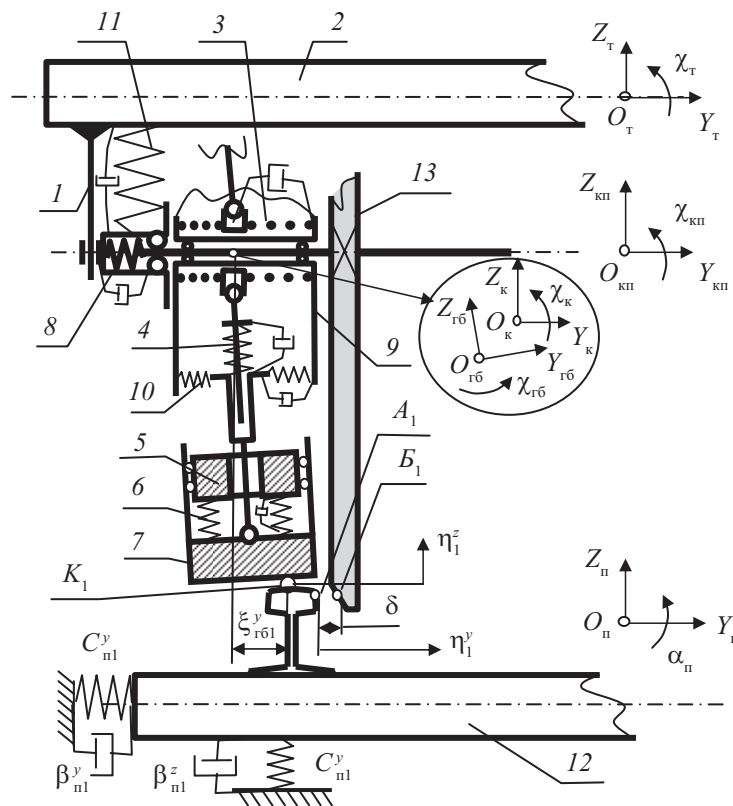


Рис. 1. Расчетная схема системы колесная пара – путь

$X_{гб.i,j}, Y_{гб.i,j}, Z_{гб.i,j}, \alpha_{гб.i,j}, \varphi_{гб.i,j}, \psi_{гб.i,j}$  – координатные направления движения центра масс гибкого бандажа;

$X_{кп.j}, Y_{кп.j}, Z_{кп.j}, \alpha_{кп.j}, \varphi_{кп.j}, \psi_{кп.j}$  – координатные направления движения центра масс колесной пары;

$X_T, Y_T, Z_T, \alpha_T, \varphi_T, \psi_T$  – координатные направления движения центра масс двуосной тележки.

В составе основной системы координат (рис. 2) применяются две подсистемы местных координат для точек контактов гибких бандажей и рельсов, соответственно  $K_1$  и  $K_2$  ( $y_{p,j,i}; z_{p,j,i}$ ) и центров жесткости  $O_{K1}$  и  $O_{K2}$  резиновых прокладок гибких бандажей ( $x_{Kji}; y_{Kji}; z_{Kji}; \alpha_{Kji}; \varphi_{Kji}; \psi_{Kji}$ ).

## 2 Уравнения связей

Относительные положения между точками контактов ( $K_1$  и  $K_2$ ) и соответствующих им центров жесткостей ( $O_{K1}$  и  $O_{K2}$ ) определяются по следующим зависимостям.

В горизонтально-поперечном направлении:

$$\xi_{гб.j,i}^y = y_{p,j,i} - y_{Kji} = y_{п.j,i} - y_{кп.j,i} + \eta_{ji} + (-1)^i \cdot (s_{ji} + \varphi_{ji} - b_i), \quad (2)$$

где  $j$  – номер колесной пары в тележке;  $i$  – номер гибкого бандажа в колесной паре;  $\varphi_{ji}$  –

расстояние между точками контактов боковой поверхности гребня и рельса ( $A_{j,i} \equiv B_{j,i}$ ) и гибкого бандажа ( $K_{j,i}$ );  $2s_{j,i}$  – нормальная величина ширины рельсовой колеи (1520 мм);  $\eta_{j,i}^y$  – горизонтальная неровность в плане рельсовой нити под  $i$ -м гибким бандажом в  $j$ -й колесной паре, мм;  $\eta_{j,i+1}^y$  – горизонтальная неровность в плане правого рельса;  $2b_{j,i}$  – расстояние между центрами колесных дисков ( $O_{K1} O_{K2}$ ) колесной пары;  $y_{pji}$  – координата точки контакта ( $K_1$ ) гибкого бандажа и рельса относительно геометрического центра рельсовой колеи, определяется по уравнению:  $y_{pji} = y_{пji} + \eta_{ji} + (-1)^i (s_{ji} + \varphi_{ji})$ ;  $y_{Kij}$  – координата положения колесного центра гибкого бандажа относительно геометрического центра колесной пары, которая определяется по уравнению:

$$y_{Kji} = y_{кпj} + (-1)^i \cdot b_{j,i}. \quad (3)$$

При линейной зависимости деформации резиновой прокладки гибкого бандажа обобщенное значение увода колесной пары определяется по формуле:

$$\xi_{кп.j}^y = \xi_{гб.j,i}^y + \xi_{гб.j,i+1}^y = 2 \cdot (y_{пj} - y_{кпj}) + \eta_{j,i}^y + \eta_{j,i+1}^y. \quad (4)$$

В горизонтально-продольном направлении положение точки контакта ( $K_i$ ) относительно центра жесткости ( $O_{Ki}$ ) зависит

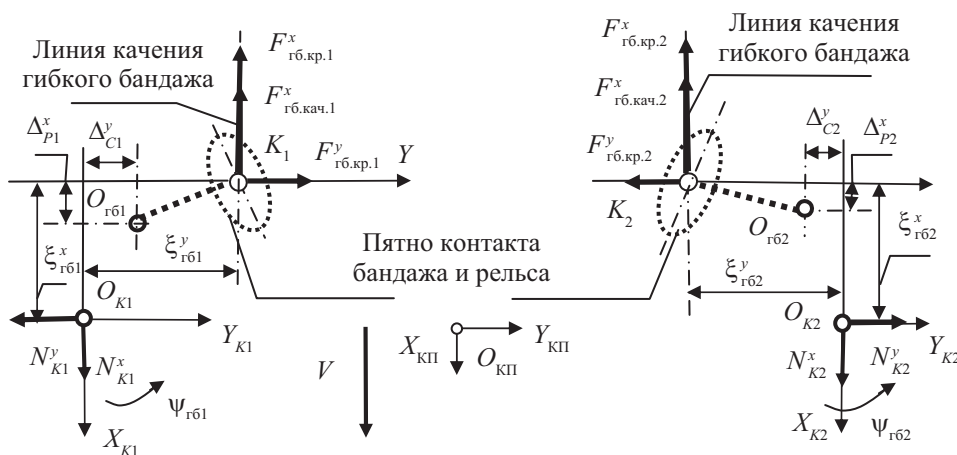


Рис. 2. Векторная диаграмма сил и реакций, действующих в горизонтальной плоскости в системе «колесная пара с гибкими бандажами – рельсовая колея»

от продольной силы сопротивления ( $F_{r6i}^x$ ) в самой точке контакта и радиальной жесткости резиновой прокладки ( $C_{рпj,i}^z$ ), задается следующим соотношением:

$$\xi_{r6,j,i}^x = \frac{F_{r6}^x}{C_{рпj,i}^z}. \quad (5)$$

Силы трения в точках контакта гибких бандажей и рельсов ( $F_{r6,j,i}$ ) перпендикулярны к радиусам, проведенным из центра вращения тележки ( $O_T$ ) в опорные точки колес, и направлены в сторону, противоположную вращению тележки. На рисунке 3 силы трения ( $F_{r6,j,i}$ ) разложены на поперечные ( $F_{r6,j,i}^y$ ) и продольные ( $F_{r6,j,i}^x$ ) составляющие. Поперечная составляющая комбинированной силы трения в точке контакта гибкого бандажа и рельса имеет следующую зависимость:

$$F_{r6,j,i}^y = f_{r6-p} P^z + \frac{K}{V} \times [-\dot{y}_{r6,i} - r_{r6,i} \cdot \dot{\chi}_{r6,i} + \dot{\eta}_i + V \cdot \psi_{r6,i}], \quad (6)$$

где  $f_{r6-p} P^z$  – трение скольжения «покоя»;  $K_{r6}$  – коэффициент крива в точке контакта ( $K_i$ ), который определяется по формуле:

$$K_{r6} = 8000 \sqrt{P^z \cdot r_{r6} \cdot 10^{-1}}, \quad (7)$$

где  $P^z$  – вертикальная сила давления на гибкий бандаж, кН;  $r_{r6}$  – радиус поверхности катания гибкого бандажа, м;  $\eta_i$  – текущее значение горизонтальной неровности рельса в плане, м;  $(-\dot{y}_{r6} + \dot{\eta}_i - r_{r6,i} \cdot \dot{\chi}_{r6,i} + V \cdot \psi_{r6,i})$  – скорость проскальзывания гибкого бандажа по рельсу в горизонтально-поперечном направлении, м/с.

Горизонтально-продольная составляющая силы трения в точке контакта гибкого бандажа и рельса определяется по уравнению:

$$F_{r6,j,i}^x = k \cdot \frac{P^z}{r_{r6}} + f_{r6-p} \cdot P^z + \frac{K_{r6}}{V} \cdot (-V + \dot{\psi}_{r6} \cdot \xi_{r6} + \omega \cdot r_{r6}), \quad (8)$$

где  $k \cdot \frac{P^z}{r_{r6}}$  – сила трения качения по Рейнольдсу ( $k$  – коэффициент трения качения, равный 0,001);  $(\omega \cdot r_{r6})$  – линейная скорость движения гибкого бандажа, м/с;  $(-V + \dot{\psi}_{r6} \cdot \xi_{r6} + \omega \cdot r_{r6})$  – скорость проскальзывания гибкого бандажа по поверхности рельса, м/с;  $V$  – скорость поступательного движения тележки, м/с.

При движении тележки по собственной криволинейной траектории или в кривом

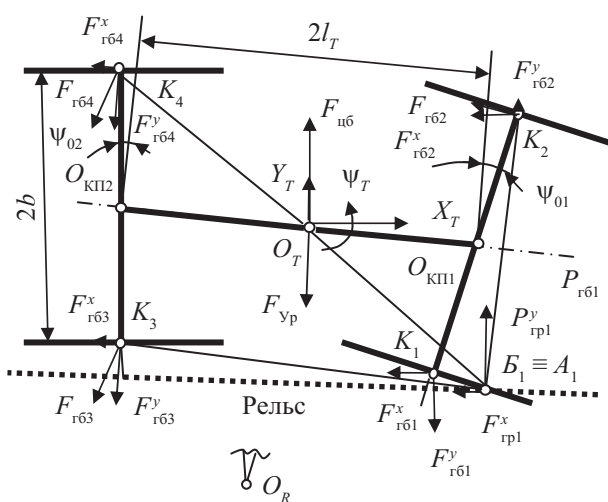


Рис. 3. Расчетная схема горизонтальных сил, действующих в точках контактов гибких бандажей двуосной тележки

участке пути на неё действует центробежная сила:

$$F_{цб}^y = \frac{(m_T + 0,5 \cdot m_{квз}) \cdot V^2}{R_T}, \quad (9)$$

где  $R_T$  – радиус собственной криволинейной траектории движения тележки, который имеет следующую зависимость:

$$R_T = \frac{2 \cdot l_T}{\psi_{01} - \psi_{02}}, \quad (10)$$

где  $2l_T$  – база тележки (для грузового вагона  $l_T = 1,85$  м, для локомотива  $l_T = 3,0$  м);  $\psi_{01}$  – угол отклонения первой по ходу тележки колесной пары от нормального положения;  $\psi_{02}$  – угол отклонения второй колесной пары от нормального положения.

В кривых участках пути наружный рельс имеет превышение по уровню относительно внутреннего рельса (в прямых участках пути одна из ниток имеет превышение, равное 4 мм), за счет которого появляется горизонтально-поперечная составляющая от веса экипажа:

$$F_{yp} = \frac{h_{п}}{2 \cdot s} \cdot P_3^z, \quad (11)$$

где  $h_{п}$  – высота превышения одного рельса над другим, м;  $P_3^z$  – вес экипажа, приходящийся на одну ось, кН.

Для упрощения расчетов все силы, действующие на площадке контакта, которая имеет форму эллипса [5], приведены к сосредоточенным силам. Методика приведения состоит в следующем: площадь точки контакта разделена на две равные зоны, расположенные продольно. Затем для каждой зоны контакта вычислены координаты центров статических контактных напряжений, в которых приложены равные части вертикальной нагрузки гибкого бандажа ( $P_z^{r6}$ ). Расстояние между этими центрами является плечом момента сил трения (спин-момент), которое вычисляется по следующему выражению:

$$M_{r6,вер,j,i}^{\psi} = 0,5 \cdot \left( a \cdot f_{r6-p} \cdot P^z + a^2 \cdot \frac{K_{r6}}{V} \cdot \dot{\psi}_{r6} \right), \quad (12)$$

где  $a$  – большой диаметр эллипса площадки точки контакта «гибкий бандаж – рельс», м.

Момент от поперечной составляющей силы трения в точке контакта ( $K$ ) относительно центра жесткости гибкого бандажа:

$$M_{r6,j,i}^{\chi} = r_{r6,j,i} \cdot (f_{r6-p} P^z + \frac{K_{r6}}{V} \cdot [-\dot{y}_{r6,i} - r_{r6,i} \cdot \dot{\chi}_{r6,i} - \dot{\eta}_i + V \cdot \psi_{r6,i}]), \quad (13)$$

Сумма моментов сил трения в точках контактов гибких бандажей колесной пары ( $K$ ) по координате  $\psi_{r6}$

$$\begin{aligned} M_{r6,j,i}^{\psi} &= F_{r6,j,i}^x \cdot \xi_{r6,j,i}^y + \\ &+ F_{r6,j,i}^y \cdot \xi_{r6,j,i}^x + M_{r6,спин,j,i}^{\psi} = \\ &= \xi_{r6,j,i}^y \cdot [f_{r6-p} P^z + \frac{K_{r6}}{V} (-V + \\ &+ \dot{\psi}_{r6} \cdot \xi_{r6} + \omega \cdot r_{r6})] + \\ &+ \xi_{r6,j,i}^x \cdot [f_{r6-p} P^z + \frac{K_{r6}}{V} \cdot [-\dot{y}_{r6,i} - \\ &- r_{r6,i} \cdot \dot{\chi}_{r6,i} - \dot{\eta}_i + V \cdot \psi_{r6,i}]] + \\ &+ 0,5 \cdot \left( a \cdot f_{r6-p} \cdot P^z + a^2 \cdot \frac{K_{r6}}{V} \cdot \dot{\psi}_{r6} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

В резиновой прокладке гибкого бандажа по всем направлениям её деформации формируются силы вязкого трения:

$$\begin{aligned} \Phi_{рпj,i}^x &= -\beta_{рпj,i}^x \cdot \dot{\Delta}_{рпj,i}^x; \\ \Phi_{рпj,i}^y &= -\beta_{рпj,i}^y \cdot \dot{\Delta}_{рпj,i}^y; \\ \Phi_{рпj,i}^z &= -\beta_{рпj,i}^z \cdot \dot{\Delta}_{рпj,i}^z; \\ \Phi_{рпj,i}^{\chi} &= -\beta_{рпj,i}^{\chi} \cdot \dot{\Delta}_{рпj,i}^{\chi}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\dot{\Delta}_{рп,j,i}^y$ ;  $\dot{\Delta}_{рп,j,i}^x$ ;  $\dot{\Delta}_{рп,j,i}^{\chi}$  – скорость деформации резиновой прокладки по соответствующим координатным направлениям.

Оптимальные значения коэффициентов вязкого трения определены с использованием известного соотношения [3]:

$$\beta^z = (0, 2 \dots 0, 3) \beta_{кр}^z. \quad (16)$$

Далее приведены соотношения для деформаций упругих элементов принятой расчетной схемы.

### 3 Деформации упругих элементов

Деформации упругих элементов в вертикальном направлении ( $Z$ ):

а) условных пружин упругого основания пути ( $C_n^z$ )

$$\Delta_{п. j, i}^z = -z_{р. j, i}; \quad (17)$$

б) резиновых прокладок гибких бандажей ( $C_{гб}^z$ )

$$\Delta_{рп. j, i}^z = z_{кпj} - z_{гб. j, i} + (-1)^{i+1} \cdot \chi_{кпj} \cdot b_{j, i}; \quad (18)$$

в) рессорных комплектов тележки ( $C_T^z$ )

$$\Delta_{бj}^z = -z_{т1} + (-1)^{j+1} l \cdot \phi_{т1} + (-1)^{i+1} \rho \cdot \chi_{т1} + z_{кп. j} - (-1)^{i+1} \rho \cdot \chi_{кп. j}; \quad (19)$$

г) рессорных комплектов кузова ( $C_{куз}^z$ )

$$\Delta_{куз}^z = (-z_{куз} + z_{т1} + (-1)^{i+1} \times \chi_{куз} \cdot \rho_1 - (-1)^{i+1} \cdot \chi_{т1} \cdot \rho_1). \quad (20)$$

В точке контакта *гибкий бандаж – рельс* не учитывается контактная жесткость. Поэтому связь между необрессоренной массой гибкого бандажа и приведенной массой пути с учетом вертикальных геометрических неровностей ( $\eta_i^z$ ) поверхности катания рельса имеет следующую зависимость:

$$z_{р. j, i} = z_{гб. j, i}^H + \eta_{j, i}^z. \quad (21)$$

*Деформация горизонтально-поперечных упругих элементов ( $Y$ ):*

а) сжатие условных пружин рельса ( $C_n^y$ ) в горизонтальной плоскости при касании и

нажатии гребня имеет следующую зависимость:

$$\Delta_{п. j, i}^y = [(-1)^{i+1} (y_{п. j, i} + \eta_i^y - y_{кп/ j} - r_{гр} \cdot \chi_{кп. j}) - s_{j, i} + b_{гпj, i}] \cdot Q_{гп. j, i}^y, \quad (22)$$

где  $2b_{гпj, i}$  – расстояние между точками гребневых дисков, контактирующих с боковой поверхностью головок рельсов;  $Q_{гпj, i}^y(x)$  – функция «закрытия свободных зазоров» между гребнем и боковой поверхностью головки рельса,

$$Q_{гп. j, i}^y = 0,5 \cdot \{1 + \text{sign } \Delta_{п. j, i}^y\}, \quad (23)$$

$$i = 1 - 4; \quad j = 1 - 2,$$

где принято  $\text{sign } \Delta_{j, i} = \begin{cases} -1 & \text{при } \Delta_{j, i} < 0 \\ 0 & \text{при } \Delta_{j, i} = 0 \\ 1 & \text{при } \Delta_{j, i} > 0 \end{cases}$ ;

б) сжатие резиновых прокладок гибких бандажей ( $C_{гб}^y$ )

$$\Delta_{рп. j, i}^y = y_{кпj} - y_{гб. j, i}; \quad (24)$$

в) сжатие рессорных комплектов буксовых направляющих ( $C_6^y$ )

$$\Delta_{б. j, i}^y = (-1)^{i+1} \cdot y_{т1} + (-1)^{i+1} \cdot h_t \cdot \chi_{т1} + (-1)^{j+1} \cdot (-1)^{i+1} \cdot L_T \cdot \psi_{т1} + (-1)^i \cdot y_{кп. j}; \quad (25)$$

г) сжатие рессорных комплектов кузова ( $C_{куз}^y$ )

$$\Delta_{куз}^y = y_{куз} + h_{куз} \cdot \chi_{куз1} - y_{т1}. \quad (26)$$

д) деформация резиновой прокладки гибкого бандажа в горизонтально-продольном направлении ( $x$ ):

$$\Delta_{рп. j, i}^x = x_{кпj} + \psi_{кпj} \cdot b - x_{гб. j, i}. \quad (27)$$

е) деформация резиновой прокладки гибкого бандажа по координате  $\chi_{гб. j, i}$  и  $\chi_{тб. j, i}$ :

$$\Delta_{рп. j, i}^x = \chi_{кпj} - \chi_{гб. j, i}. \quad (28)$$

ж) деформация резиновой прокладки гибкого бандажа по координате ( $\psi$ ):

$$\Delta_{рп. j, i}^x = \Psi_{кпj} - \Psi_{гб. j, i} \quad (29)$$

Для шпинтонных направляющих жесткость в горизонтальной плоскости принята равной бесконечности.

*Силы реакций в элементах системы.*

$N_{п. j, i}^z = -C_{п. j, i}^z \cdot \Delta_{п. j, i}^z - \beta_{п. j, i}^z \cdot \dot{\Delta}_{п. j, i}^z$  – сила реакции вертикальных связей рельсовых нитей;

$N_{рп. j, i}^z = -C_{рп. j, i}^z \cdot \Delta_{рп. j, i}^z - \beta_{рп. j, i}^z \cdot \dot{\Delta}_{рп. j, i}^z$  – сила реакции вертикальных связей резиновой прокладки гибкого бандажа;

$N_{б. j, i}^z = -C_{б. j, i}^z \cdot \Delta_{б. j, i}^z - \beta_{б. j, i}^z \cdot \dot{\Delta}_{б. j, i}^z$  – сила реакции вертикальных связей рессорного подвешивания тележки;

$N_{куз}^z = -C_{куз}^z \cdot \Delta_{куз}^z - \beta_{куз}^z \cdot \dot{\Delta}_{куз}^z$  – сила реакции вертикальных связей рессорного подвешивания кузова;

$N_{п. j, i}^y = -(C_{п. j, i}^y \cdot \Delta_{п. j, i}^y + \beta_{п. j, i}^y \cdot \dot{\Delta}_{п. j, i}^y) \cdot Q_{гр. j, i}$  – горизонтально-поперечные силы реакций рельсовых нитей;

$N_{рп. j, i}^y = -C_{рп. j, i}^y \cdot \Delta_{рп. j, i}^y - \beta_{рп. j, i}^y \cdot \dot{\Delta}_{рп. j, i}^y$  – силы реакций резиновых прокладок гибких бандажей в горизонтально-поперечном направлении;

$N_{б. j, i}^y = -C_{б. j, i}^y \cdot \Delta_{б. j, i}^y - \beta_{б. j, i}^y \cdot \dot{\Delta}_{б. j, i}^y$  – горизонтально-поперечные силы реакций рессорного подвешивания тележки;

$N_{куз}^y = -C_{куз}^y \cdot \Delta_{куз}^y - \beta_{куз}^y \cdot \dot{\Delta}_{куз}^y$  – горизонтально-поперечные силы реакций рессорного подвешивания кузова;

$N_{рп. j, i}^x = -C_{рп. j, i}^x \cdot \Delta_{рп. j, i}^x - \beta_{рп. j, i}^x \cdot \dot{\Delta}_{рп. j, i}^x$  – силы реакций резиновых прокладок гибких бандажей в горизонтально-продольном направлении, Н.

*Силы, действующие на систему «колесная пара с гибкими бандажами – рельсовая колея»:*

$P_{гб. j, i}^y = -N_{рп. j, i}^z \cdot \chi_{гб. j, i}$  – горизонтально-поперечная сила, приведённая к центру жесткости, образованная вертикальной нагрузкой при наличии наклона плоскости катания гибкого бандажа;

$F_{цб-н}^y$  – сила от непогашенного ускорения при движении по криволинейной траектории;

$M_{гб. z. j, i}^x = -r_{гб} \cdot N_{рп. j, i}^z \cdot \chi_{гб. j, i}$  – момент от горизонтально-поперечной составляющей вертикальной нагрузки при наклоне гибкого бандажа относительно вертикальной оси.

Гироскопический момент гибкого бандажа, действующий по координате  $\chi_{гб. j, i}$ ,

$$M_{гб. г. j, i}^x = J_{гб. j, i}^y \cdot \frac{V}{r_{гб. j, i}} \cdot \dot{\Psi}_{гб. j, i} \quad (30)$$

Гироскопический момент гибкого бандажа, действующий по координате  $\Psi_{гб}$ ,

$$M_{гб. y-x. j, i}^y = J_{гб}^y \cdot \frac{V}{r_{гб. j, i}} \cdot \dot{\chi}_{гб. j, i}; \quad (31)$$

*Силы инерции:*

$P_{р. ин. j, i}^z, P_{р. ин. j, i}^y$  – силы инерции приведённой массы рельса;

$P_{гб. ин.}^z, P_{гб. ин. j, i}^y, P_{гб. ин. j, i}^z, M_{гб. ин. j, i}^y, M_{гб. ин. j, i}^x$  – силы и моменты инерции необрессоренной части гибкого бандажа относительно соответствующих координат;

$P_{кп. ин. j}^z, P_{кп. ин. j}^y, M_{кп. ин. j}^y, M_{кп. ин. j}^x$  – силы и моменты инерции колесной пары относительно соответствующих координат;

$P_{т. ин. 1}^z; P_{т. ин. 1}^y = -m_{т. 1} \cdot \ddot{y}_{т. 1}; M_{т. ин. 1}^y = -J_{т. 1}^y \cdot \ddot{\Psi}_{т. 1}; M_{т. ин. 1}^x = -J_{т. 1}^x \cdot \ddot{\phi}_{т. 1}; M_{т. ин. 1}^z = -J_{т. 1}^z \cdot \ddot{\chi}_{т. 1}$  – силы и моменты инерции тележки относительно соответствующих координат;

$P_{куз. ин}^z = -m_{куз} \cdot \ddot{z}_{куз}, P_{куз. ин}^y, M_{куз. ин}^y, M_{куз. ин}^x$  – сила и моменты инерции кузова относительно соответствующих координат.

Уравнения равновесия для сил и реакций, действующих на элементы системы *подвижной состав – рельсовая колея*, составлены по методу Даламбера.

Уравнения равновесия сил условных упругих элементов основания пути относительно соответствующих координатных направлений:

$$\sum_{j=1; i=1}^{n; m} Z_{п. j, i} = 0;$$

$$\sum_{j=1; i=1}^{n; m} Y_{п. j, i} = 0. \quad (32)$$

Уравнения равновесия сил, действующих на гибкий бандаж, относительно соответствующих координатных направлений:



$$\begin{aligned}
\sum_{j=1;i=1}^{n;m} X_{r6,j,i} &= 0; \\
\sum_{j=1;i=1}^{n;m} Z_{r6,j,i} &= 0; \\
\sum_{j=1;i=1}^{n;m} Y_{r6,j,i} &= 0; \\
\sum_{j=1;i=1}^{n;m} M_{r6,j,i}^{\chi} &= 0; \\
\sum_{j=1;i=1}^{n;m} M_{r6,j,i}^{\psi} &= 0. \quad (33)
\end{aligned}$$

Уравнения равновесия сил, действующих на колесную пару, относительно соответствующих координат:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^2 \psi_{кп,j} &= 0; \\
\sum_{j=1}^2 \chi_{кп,j} &= 0; \\
\sum_{j=1}^2 Y_{кп,j} &= 0; \\
\sum_{j=1}^2 Z_{кп,j} &= 0. \quad (34)
\end{aligned}$$

Уравнения движения системы «колесная пара с гибкими бандажами – рельсовая колея»

Уравнения колебаний приведённой массы рельсовой нити:

$$\begin{aligned}
\ddot{z}_{p,i} + \frac{\beta_p^z}{m_p} \cdot \dot{z}_{p,i} + \frac{C_p^z}{m_p} \cdot z_{p,i} &= 0; \\
\ddot{y}_{p,i} + \frac{\beta_p^y}{m_p} \cdot \dot{y}_{p,i} + \frac{C_p^y}{m_p} \cdot y_{p,i} &= 0. \quad (35)
\end{aligned}$$

После суммирования уравнений движения рельса и гибкого бандажа в вертикальном направлении и подстановки соотношения  $z_{p,j,i} = z_{r6,j,i}^H + \eta_{j,i}^z$  получено:

$$\begin{aligned}
\ddot{z}_{r6,j,i} + q_{55} \cdot \dot{z}_{r6,j,i} + (-1)^i \cdot q_{12,12} \cdot \dot{\chi}_{кпj} - \\
-q_{11,11} \cdot \dot{z}_{кпj} + c_{55} \cdot z_{r6,j,i} + \\
+ (-1)^i \cdot c_{12,12} \cdot \chi_{кпj} - c_{11,11} \cdot z_{кпj} = \\
= -m_{2,2} \cdot \ddot{\eta}_{j,i}^z - c_{2,2} \cdot \eta_{j,i}^z. \quad (36)
\end{aligned}$$

Обозначения коэффициентов и свободных членов уравнения (36):

$$c_{55} = \frac{C_{рп,j,i}^z + C_{п,j,i}^z}{m_{p,j,i} + m_{r6,j,i}};$$

$$c_{12,12} = \frac{c_{рп,j,i}^z \cdot b_{j,i}}{m_{p,j,i} + m_{r6,j,i}};$$

$$c_{11,11} = \frac{c_{рп,j,i}^z}{m_{p,j,i} + m_{r6,j,i}};$$

$$q_{55} = \frac{\beta_{рп,j,i}^z + \beta_{п,j,i}^z}{m_{p,j,i} + m_{p,j,i}};$$

$$q_{12,12} = \frac{\beta_{рп,j,i}^z \cdot b_{j,i}}{m_{p,j,i} + m_{r6,j,i}};$$

$$q_{11,11} = \frac{\beta_{рп,j,i}^z}{m_{p,j,i} + m_{r6,j,i}};$$

$$m_{2,2} = \frac{m_{p,j,i}}{m_{p,j,i} + m_{r6,j,i}};$$

$$c_{2,2} = \frac{C_{п,j,i}}{m_{p,j,i} + m_{r6,j,i}}.$$

Уравнение движения в направлении координаты:

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_{r6,j,i} + q_{33} \cdot (\dot{x}_{r6,j,i} - \dot{x}_{кп,j,i}) + \\
+ c_{33} \cdot (x_{r6,j,i} - x_{рп,j,i}) + \\
+ \frac{1}{m_{r6}} \cdot (f_{r6-p} P^z + \frac{K_{r6}}{V} (-V + \\
+ \dot{\psi}_{r6} \cdot \xi_{r6} + \omega \cdot r_{r6})) = 0. \quad (37)
\end{aligned}$$

Обозначения коэффициентов и свободных членов уравнения (37):

$$q_{33} = \frac{\beta_{\text{рп.}j.i}^x}{m_{\text{гб}}};$$

$$c_{33} = \frac{C_{\text{рп.}j.i}^x}{m_{\text{гб}}}.$$

Уравнение движения в направлении координаты:

$$\begin{aligned} & \ddot{\chi}_{\text{гб.}j.i} + q_{6,6} \cdot \dot{\chi}_{\text{гб.}j.i} - q_{6,12} \cdot \dot{\chi}_{\text{кп.}j} + \\ & + c_{6,6} \cdot \chi_{\text{гб.}j.i} - c_{6,12} \cdot \chi_{\text{кп.}j} + \\ & + n_{6,6} \cdot N_{\text{рп.}j.i}^z \cdot (y_{\text{п.}j.i} - y_{\text{кп.}j.i}) + \\ & + (-1)^i \cdot n_{6,6} \cdot N_{\text{рп.}j.i}^z \cdot \lambda_{\text{гб.}j.i}^y + (-1)^i \times \\ & \times n_{6,6} \cdot N_{\text{рп.}j.i}^z \cdot \eta_{ji}^y + j_{6,8} \cdot \dot{\psi}_{\text{гб.}j.i} + \\ & + \frac{r_{\text{гб}}}{J_{\text{гб.}j.i}^\chi} \cdot \{f_{\text{гб-р}} P^z + \frac{K_{\text{гб}}}{V} \cdot [-\dot{y}_{\text{гб.}i} - \\ & - r_{\text{гб.}i} \cdot \dot{\chi}_{\text{гб.}i} - \dot{\eta}_i + V \cdot \psi_{\text{гб.}i}]\} = 0. \end{aligned} \quad (38)$$

Обозначения коэффициентов и свободных членов уравнения (38):

$$k_{6,2}^\eta = k_{6,4} = \frac{r_{\text{гб.}j.i}}{J_{\text{гб.}j.i}^\chi} \cdot \frac{k}{V};$$

$$k_{66} = \frac{r_{\text{гб.}j.i}^2}{J_{\text{гб.}j.i}^\chi} \cdot \frac{k}{V};$$

$$k_{6,8} = \frac{k \cdot r_{\text{гб.}j.i}}{J_{\text{гб.}j.i}^\chi}.$$

$$\lambda_{\text{гб.}j.i}^y = s_{ji} + \varphi_{ji} - b_i;$$

$$j_{6,8} = \frac{J_{\text{гб.}j.i}^y}{J_{\text{гб.}j.i}^\chi} \cdot \frac{V}{r_{\text{гб.}j.i}};$$

$$k_{6,2}^\eta = k_{6,4} = \frac{r_{\text{гб.}j.i}}{J_{\text{гб.}j.i}^\chi} \cdot \frac{k}{V};$$

$$k_{66} = \frac{r_{\text{гб.}j.i}^2}{J_{\text{гб.}j.i}^\chi} \cdot \frac{k}{V};$$

$$k_{6,8} = \frac{k \cdot r_{\text{гб.}j.i}}{J_{\text{гб.}j.i}^\chi}.$$

Уравнение движения в направлении координаты

$$\begin{aligned} & \ddot{y}_{\text{гб.}j.i} + q_{44} \cdot \dot{y}_{\text{гб.}j.i} - q_{4,10} \cdot \dot{y}_{\text{кп.}j} + \\ & + c_{44} \cdot y_{\text{гб.}j.i} - c_{4,10} \cdot y_{\text{кп.}j} + n_{46} \cdot \chi_{\text{гб.}j.i} + \\ & + \frac{1}{m_{\text{гб}}} \cdot \{f_{\text{гб-р}} P^z + \frac{K_{\text{гб}}}{V} \cdot [-\dot{y}_{\text{гб.}i} - \\ & - r_{\text{гб.}i} \cdot \dot{\chi}_{\text{гб.}i} - \dot{\eta}_i + V \cdot \psi_{\text{гб.}i}]\} = 0. \end{aligned} \quad (39)$$

Обозначения коэффициентов и свободных членов уравнения (39):

$$q_{44} = q_{4,10} = \frac{\beta_{\text{рп.}j.i}^y}{m_{\text{гб.}j.i}};$$

$$c_{44} = c_{4,10} = \frac{C_{\text{рп.}j.i}^y}{m_{\text{гб.}j.i}};$$

$$n_{46} = \frac{N_{\text{рп.}j.i}^z}{m_{\text{гб.}j.i}}.$$

Уравнение движения в направлении координаты

$$\begin{aligned} & \ddot{\psi}_{\text{гб.}j.i} + q_{8,8} \cdot \dot{\psi}_{\text{гб.}j.i} - q_{8,14} \cdot \dot{\psi}_{\text{кп.}j} + \\ & + c_{8,8} \cdot \psi_{\text{гб.}j.i} - c_{8,8} \cdot \psi_{\text{кп.}j} + j_{8,6} \cdot \dot{\chi}_{\text{гб.}j.i} + \\ & + \frac{\xi_{\text{гб.}j.i}^x}{J_{\text{гб.}j.i}^\psi} \cdot [f_{\text{гб-р}} P^z + \frac{k}{V} \cdot [-\dot{y}_{\text{гб.}i} - \\ & - r_{\text{гб.}i} \cdot \dot{\chi}_{\text{гб.}i} - \dot{\eta}_i + V \cdot \psi_{\text{гб.}i}]] + \\ & + \frac{\xi_{\text{гб.}j.i}^y}{J_{\text{гб.}j.i}^\psi} \cdot [f_{\text{гб-р}} P^z + \frac{K_{\text{гб}}}{V} (-V + \\ & + \dot{\psi}_{\text{гб}} \cdot \xi_{\text{гб}} + \omega \cdot r_{\text{гб}})] = 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Обозначения коэффициентов и свободных членов уравнения (40):

$$c_{8,8} = c_{8,14} = \frac{C_{\text{рп.}j.i}^{\Psi}}{J_{\text{гб.}j.i}^{\Psi}};$$

$$\lambda_{\text{гб.}j.i}^y = s_{ji} + \varphi_{ji} - b_i;$$

$$j_{8,6} = \frac{J_{\text{гб.}j.i}^y}{J_{\text{гб.}j.i}^{\Psi}} \cdot \frac{V}{r_{\text{гб.}j.i}}.$$

Из-за ограниченности объема статьи уравнения движения остальных элементов конструкции верхнего строения экипажа не приведены.

Результаты имитационного моделирования с использованием представленной математической модели хорошо коррелируются с результатами макетных испытаний. Выявлено значительное преимущество новой конструкции колесной пары по сравнению с другими вариантами. Установлено, что за счет цилиндрических поверхностей катания гибких бандажей и независимого их вращения из поступательного движения колесной пары в пределах рельсовой колеи исключена извилистая траектория (режим автоколебаний) и в системе остались только вынужденные колебания. Таким образом, из параметров движения колесной пары новой конструкции исключены критическая скорость и процесс синхронизации между траекториями оси рельсовой колеи и движения колесной пары. За счет независимого вращения гребней увеличивается устойчивость колесной пары от накатывания гребня на головку рельса (коэффициент Надаля выше в 3...5 раз). Это обусловлено отсутствием паразитного проскальзывания гребня по боковой поверхности головки рельса.

Установлена замечательная способность двуосной тележки с колесной парой новой конструкции при прохождении кривых участков пути: при касании гребня первой колесной пары головки рельса вторая колесная пара по траектории «трактрисы» асимптотически приближается к головке рельса вплоть до момента касания с ней во всем диапазоне значений скорости поступательного движения. Такой режим вписывания обеспечивает гарантированное хордовое положение тележки в рельсовой колее в кри-

вом участке пути (самое благоприятное положение тележки при прохождении кривых участков пути). Это обеспечит значительное снижение сопротивления движению колесной пары и интенсивности образования бокового подреза гребней и рельсов.

Поддрессирование гибкого бандажа на упругой прокладке и его собственная гибкость снижают уровень ускорений на буксе колесной пары в 2...4 раза. Более существенный динамический эффект будет реализован в точке контакта «гибкий бандаж – рельс» за счет значительного снижения необрессоренной массы колесной пары, устранения паразитного проскальзывания гибких бандажей по рельсовым нитям и отсутствия извилистого движения.

К сожалению, в рамках представленной работы невозможно привести все результаты исследований и существенные преимущества новой конструкции колесной пары.

## Заключение

Разработана и обоснована математическая модель движения колесной пары с гибкими бандажами с учетом всех основных её конструктивных особенностей.

По результатам имитационного и макетного моделирования установлено, что из траектории движения новой колесной пары с гибкими бандажами исключено извилистое движение (автоколебания). Движение новой колесной пары практически не зависит от неровностей продольной оси рельсовой колеи в плане и имеет повышенную степень безопасности от накатывания гребня на головку рельса. Существенно снижена необрессоренная масса колесной пары.

## Библиографический список

1. **Новая** конструкция колесной пары для рельсового транспорта / В. В. Шилер, А. В. Шилер // Техника железных дорог. – 2012. – № 4 (20). – С. 64–73.

2. **Пат. 2378127** Российская Федерация МКИ В60 В9/12. Поперечный профиль бандажа / И. И. Галиев, В. В. Шилер, П. И. Горбунов, К. А. Кычаков, В. А. Николаев, Д. В. Таловкий. – № 2008131365, заявлен 10.12.2009. Дата приоритета 29.07.2008 ; опубл. 2010, Бюл. № 1.

3. **Механическая** часть тягового подвижного состава : учебник для вузов ж.-д. трансп. / И. В. Бирюков, А. Н. Савоськин, Г. П. Бурчак и др. ; ред. И. В. Бирюков. – М. : Транспорт, 1992. – 440 с.

4. **Динамика** неголономных систем // Ю. И. Неймарк, Н. А. Фуфаев. – М. : Наука, 1967. – 498 с.

5. **Обобщение** передового опыта тяжеловесного движения: вопросы взаимодействия колеса и рельса / У. Дж. Харрис, С. М. Захаров, Дж. Ландгрэн, Х. Турне, В. Эберсен ; пер. с англ. – М. : Интекст, 2002. – 408 с.

6. **Введение** в аналитическую механику / Н. В. Бутенин. – М. : Наука, 1971. – 264 с.

UDK 620.179.16

**E. Schneider**

Fraunhofer Institute for Nondestructive Testing

**G. Dymkin**

Petersburg State Transport University

## **ULTRASONIC EVALUATION OF STRESS STATES OF RIMS OF RAILROAD WHEELS. PART 2 – EXPERIENCES AND FUTURE ADAPTATIONS**

An ultrasonic technique was developed and different systems are in use to evaluate the stress state of the rim of solid railroad wheels. The measure results received with the UER system versions developed by IZFP as well as the Russian version УКОН-01 was shown and described in the paper. Because the stress state of new wheels is smaller in value than the stress in braked wheels, the influence of a slightly developed texture in new wheels cannot be neglected as it can in case of used wheels. This part of the paper informs on the experimental evaluation of the acousto-elastic constant. A new approach is discussed to take the texture of new wheels into account. Using that approach the established systems can also been applied on new wheels with texture. Furthermore, it is suggested to discuss a new criterion to evaluate the measured stress state of braked wheels with regard to the risk of crack growth and wheel break.

railway wheels, rim, residual stress, ultrasonic stress analysis, texture.

### **Introduction**

In order to contribute to the safety of the cargo train traffic the stress state of all block braked wheels have to be tested routinely. An ultrasonic technique was developed and different systems are in use to evaluate the stress state of the rim. The standard DIN EN 13262

describes the technique and the measuring procedure. The first part of the paper describes the physical basics and shows the significant change of the circumferential stress in rims after the application of different braking loads. The UER system versions developed by IZFP as well as the Russian version УКОН-01 are shown and described.