

УДК 519.872.8; 004.75; 004.67

С. И. Гиндин

Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТНО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С «РАЗОГРЕВОМ»

Для многоканальных систем массового обслуживания (СМО) с «разогревом» был создан программный комплекс, позволяющий выполнять вычисления вероятностно-временных характеристик на основе матриц интенсивности переходов между состояниями в системе. Отличительной особенностью комплекса является использование входных данных в матричном виде, что позволяет расширить применение комплекса от моделей с распределениями фазового типа до широкого ряда моделей общего вида. В статье описываются состав и назначение комплекса, а также приводятся примеры вычислений распределения времени ожидания в системах с «разогревом» и аппроксимацией двухфазным гиперэкспоненциальным распределением.

модель системы массового обслуживания (СМО) с «разогревом», оперативность облачных вычислений, распределенная обработка данных, распределение времени ожидания в СМО.

Введение

Одним из важных аспектов конкурентоспособности программных продуктов являются показатели их быстродействия и производительности. Начиная с этапа проектирования систем, проводится предварительная оценка оперативности, которая затем дополняется нагрузочными испытаниями на прототипах и серийных образцах. Использование комплексного подхода позволяет заранее рассчитывать планируемые показатели оперативности и предотвратить снижение качества обслуживания под нагрузкой, помогает спланировать затраты на оборудование при заданных параметрах конфигурации системы и показателях производительности. За счет эффективного планирования вычислительных ресурсов при разработке программ достигается оптимизация сроков на разработку и, соответственно, снижение себестоимости.

1 Расчет вероятностно-временных характеристик СМО с «разогревом»

Для построения оценок оперативности вычислительных систем используется теория систем массового обслуживания (СМО). В рамках теории СМО рассматриваются стохастические процессы, для которых вводятся вероятностно-временные характеристики оперативности. Одним из наиболее полных и подробных источников о принципах теории СМО является книга [1].

В работах [2], [3] рассматривается класс СМО с «разогревом». Под «разогревом» понимается некоторая дополнительная работа, необходимая системе в начале обслуживания из свободного состояния, но не характерная для обслуживания заявки, поступившей в уже работающую систему. В транспортной отрасли таким примером является облачная компьютерная система, работающая в режиме разделения времени, где при первом под-

ключении после неактивности происходит кэширование данных в области оперативного доступа.

Существует несколько методов расчета вероятностно-временных характеристик СМО, их обзор достаточно полно изложен в литературе, например в [4], [5]. Для сравнительно простых систем применимы аналитические решения, но для систем более общего типа $GI/G/n/R$ в аналитическом виде задача расчета вероятностно-временных характеристик СМО еще не решена. Для таких систем применяются численные методы решения: рекуррентный, итерационный, метод матрично-геометрической прогрессии и прочие. Наиболее существенные практические результаты в публикациях связаны с применением итерационных методов. Исходные немарковские распределения (длин интервалов между смежными заявками и длительности обслуживания) при названном подходе заменяются распределениями фазового типа. В работе [6] Коксом показано, что с использованием распределений фазового типа может быть получена аппроксимация произвольных немарковских вероятностных распределений.

Расчетная схема итерационного метода впервые была сформулирована японскими учеными Такахаши и Таками в работе [7] и затем детализирована и уточнена в работе [8]. На этапе получения данных результатов предоставляемые программисту возможности были ограничены как возможностями вычислительной техники, так и возможностями языков программирования. Основными языками на тот момент были алгол и фортран, поэтому расчетные программы делались на них и оптимизировались под особенности конкретных рассчитываемых моделей.

2 Программный комплекс

Таким образом, для расчета моделей СМО с «разогревом» потребовалось разработать отдельный программный комплекс, так как существующие комплексы либо позволяют рассчитывать только упрощенные марков-

ские системы с пуассоновским входящим потоком и экспоненциальным распределением длительности обслуживания [9], либо в силу ограничений времени написания оптимизированы под другие классы немарковских систем [10].

Для преодоления указанных недостатков при разработке одним из требований являлась максимальная применимость для расчета самого широкого класса моделей. С этой целью расчеты в программе проводятся в матричном виде, непосредственно по вычислительной итерационной схеме над абстрагированной СМО, а каждая конкретная модель СМО для расчета задается в отдельном классе, описывающем матрицы переходов над графом микросостояний данной модели и параметры, влияющие на расчет ее характеристик. За счет универсальности абстракции используемой объектной модели удалось обеспечить возможность расчета произвольных СМО, для которых применима используемая итерационная расчетная схема.

2.1 Назначение комплекса, входные данные

Программный комплекс обеспечивает расчет следующих характеристик:

- вероятности микросостояний СМО в произвольный момент времени, на момент прихода очередной заявки в систему, на момент обслуживания очередной заявки;
- вероятности числа заявок в СМО;
- среднее время пребывания заявки в СМО, среднее время ожидания заявки в СМО;
- ПЛС распределения времени ожидания заявок в СМО;
- ПЛС распределения времени пребывания заявок в СМО.

Входные данные для программы – это свойства рассматриваемой модели. Обозначим через S_j множество всех микросостояний системы, когда на обслуживании находится ровно j заявок, а через σ_j – количество элементов в S_j . Определим матрицы переходов внутри системы:

$$A_j [\sigma_j \times \sigma_{j+1}] - \text{в } S_j \text{ (прибытие заявки),}$$

$B_j [\sigma_j \times \sigma_{j-1}]$ – в S_{j-1} (полное завершение обслуживания заявки),

$C_j [\sigma_j \times \sigma_j]$ – в S_j (конец промежуточной фазы обслуживания),

$D_j [\sigma_j \times \sigma_j]$ – ухода из состояний яруса j (диагональная матрица).

При составлении матриц переходов исходное немарковское распределение заменяется эквивалентным гиперэкспоненциальным, параметры аппроксимирующего распределения вычисляются с помощью метода моментов. Помимо матриц переходов, задающих схему микросостояний системы, для работы программы необходимо задать n – число каналов системы, а также эмпирически полученные параметры распределений длительности интервалов входящего потока заявок, «разогрева» и обслуживания.

2.2 Состав комплекса

Программы содержат следующие основные функции:

- *TakahashiTakami* – функция расчета вероятностей числа заявок в СМО, работающая с входными параметрами модели.

- *CalculateProb* – функция расчета вероятностей микросостояний СМО в произвольный момент времени, на момент прихода очередной заявки в систему, на момент обслуживания очередной заявки. Функция оперирует матрицами переходов модели и результатами расчетов функции *TakahashiTakami*.

- *CalculatePLS* – функция расчета ПЛС распределения времени ожидания и пребывания заявок в СМО. Функция оперирует параметрами модели и результатами расчетов функции *CalculateProb*.

- *CalculateMean* – функция расчета среднего времени пребывания заявки в СМО и среднего времени ожидания заявки в СМО. Функция оперирует параметрами модели и результатами расчетов функции *TakahashiTakami*.

Вычисления средних значений базируются на рассчитанных вероятностях заявок в системе и основываются на законе Литтла сохранения очереди в СМО.

Программный комплекс разработан на языке *Java* (сборка версии 1.6). Выбор этой системы продиктован ее популярностью и, следовательно, наличием в мире *Java* большого набора разнообразных внешних библиотек для работы с матрицами, которые тестируются между собой по показателям производительности. Для работы с матрицами используется библиотека *JAMA* [11], однако модульная структура предполагает возможность сравнительно легкого изменения используемой библиотеки при необходимости.

За счет использования объектной парадигмы *Java* и абстракции итерационных алгоритмов для работы напрямую с матрицами программный комплекс применим для расчета характеристик других видов распределений.

3 Пример расчета вероятностных характеристик оперативности обработки данных в узле сети

Для расчета модели СМО необходимо создать класс модели, содержащий входные данные, и подключить комплекс в качестве внешней библиотеки функций.

Получаемые результаты возвращаются в вызывающую программу и затем могут использоваться для визуализации или дальнейших расчетов.

При разработке комплекса его тестирование проводилось на моделях СМО с «разогревом». Примеры результатов расчетов в функции *CalculateProb* вероятностей микросостояний на момент прибытия заявки в модели $M/H_2/M/3$ (расчет выполнен с параметрами: $\lambda = 2,5$, $\mu = 2,0$, $f_{1p} = 0,6363$, $\nu_A = 1,4$) и вероятностей микросостояний на момент обслуживания заявки в модели $H_2/M/M/3$ (расчет выполнен с параметрами: $\mu_p = 1,5$, $\mu = 1,85$, $f_1 = 0,5977$, $\nu_A = 1,5$) приведены в табл. 1 и табл. 2. соответственно.

Заключение

Реализованный комплекс приносит пользу в исследовательской и практической деятель-

ТАБЛИЦА 1. Результаты расчетов в функции *CalculateProb* вероятностей микросостояний на момент прибытия заявки в модели $H_2/M/M/3$

Номер слоя \ Номер состояния	1	2	3
0	0,2842		
1	0,0284	0,0633	0,1973
2	0,0116	0,0472	0,1226
3	0,0092	0,0563	0,0503
4	0,0076	0,0465	0,0330
5	1,1655E-10	7,4283E-4	0,0237
6	4,9164E-11	3,1334E-4	0,0099
7	2,0738E-11	1,3217E-4	0,0042
8	8,7479E-12	5,5754E-5	0,0018
9	3,6901E-12	2,3518E-5	7,4917E-4

ТАБЛИЦА 2. Результаты расчетов в функции *CalculateProb* вероятностей микросостояний на момент обслуживания заявки в модели $H_2/M/M/3$

Номер слоя \ Номер состояния	1	2	3	4
0	0	0	–	–
1	0	0	0,0178	0,3645
2	0	0	0,0363	0,2256
3	0	0	0,0283	0,1174
4	0	0	0,0210	0,0728
5	0	0	0,0202	0,0433
6	0	0	0,0092	0,0196
7	0	0	0,0042	0,0089
8	0	0	0,0019	0,0041
9	0	0	8,5817E-4	0,0018

ности по оценке быстродействия и оперативности многоканальных СМО с «разогревом». Комплекс также применим для расчета вероятностно-временных характеристик СМО других классов. Выгодными отличиями ком-

плекса от его аналогов являются универсальные возможности по интеграции в аналитические программы и использование в расчетах многоканальных немарковских СМО, позволяющих преодолеть ограниченность

распространенных моделей с экспоненциальными аппроксимациями.

Дальнейшее развитие программного комплекса предусматривает добавление возможностей по работе с моделями, где распределения имеют комплексно-сопряженные параметры, расширение перечня рассчитываемых вероятностных характеристик и интеграционных возможностей комплекса.

Библиографический список

1. **Теория** массового обслуживания / Л. Клейнрок ; ред. В. И. Неймана ; пер. с англ. – Москва : Машиностроение, 1979. – 432 с.
2. **Модель** оценивания оперативности распределенной обработки данных с учетом затрат на обеспечение информационной безопасности / С. И. Гиндин, А. Д. Хомоненко, В. В. Яковлев, С. В. Матвеев // Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. – 2013. – № 4. – С. 59–67.
3. **Численный** расчет многоканальной системы массового обслуживания с рекуррентным входящим потоком и «разогревом» / С. И. Гиндин, А. Д. Хомоненко, С. Е. Адауров // Известия ПГУПС. – 2013. – № 4 (37). – С. 92–101.
4. **Численные** методы анализа систем и сетей массового обслуживания / А. Д. Хомоненко. – Санкт-Петербург : МО СССР, 1991. – 179 с.
5. **Теория** очередей и управление запасами / Ю. И. Рыжиков. – Санкт-Петербург : Питер, 2001. – 384 с.
6. **Cox, D. R.** (1955). A use of complex probabilities in the theory of stochastic processes. Proceedings of Cambr. Phil. Soc., 51 (2), 313–319.
7. **Takanashi, U., Takami, Y.** (1976). A numerical method for the steady-state probabilities of a GI/G/c queuing system in a general class. Journal of the Operat. Res. Soc. of Japan, 19 (2), 147–157.
8. **Итеративный** расчет многоканальных систем с произвольным распределением времени обслуживания. / Ю. И. Рыжиков, А. Д. Хомоненко // Проблемы управления и теории информации. – 1980. – № 3. – С. 32–38.
9. **Canadilla, P.** (2013). Analysis of Queueing Networks and Models, available at: <http://cran.r-project.org/web/packages/queueing/index.html>
10. **Пакет** прикладных программ МОСТ для расчета стационарных режимов в системах массового обслуживания. – Эстонское НИИ ВТИ, 1988.
11. **Hicklin, J., Moler, C.** (2008). A Java Matrix Package, available at: <http://math.nist.gov/javanumerics/jama/>

УДК 534.12

А. В. Индейкин

Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ СТАЦИОНАРНЫХ И ПОДВИЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Рассматриваются параметрические колебания стержней строительных конструкций, их взаимодействие с общими колебаниями конструкции. Для анализа используются декомпозиционные модели стержневых элементов. В качестве источников местных колебаний рассматриваются кинематические возмущения концов стержней при общих вынужденных колебаниях конструкций, вызванных стационарными и подвижными нагрузками, действующими на конструкцию.