

УДК 629.4.017

**Ю. П. Бороненко, Ю. Б. Житков****УТОЧНЕНИЕ СИЛОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
СВЯЗИ КУЗОВА ВАГОНА С ТЕЛЕЖКАМИ  
ПРИ ПЕРЕВАЛКЕ НА ПЛОСКИХ ПЯТНИКАХ**

Дата поступления: 11.03.2016

Решение о публикации: 31.03.2016

**Цель:** Уточнить силовую характеристику связи кузова вагона с тележками при перевалке на плоских пятниках и выявить зависимости между восстанавливающим моментом, шириной зоны контакта пятник – подпятник и углом наклона кузова. **Методы:** Применялось математическое моделирование перевалки кузова вагона на пятнике с представлением модели пятника в виде упруго-безынерционного основания (основания Винклера). **Результаты:** Выявлена мягкая силовая характеристика связи, установлены нелинейные зависимости ширины зоны контакта и частоты свободных колебаний от угла наклона кузова. Проведен сравнительный анализ результатов с другими существующими моделями. Показаны преимущества предложенной модели в точности определения частоты свободных колебаний. **Практическая значимость:** Приводится пример расчета силовой характеристики и построения скелетной кривой для полувагона модели 12-132. Предложенная модель повышает точность расчетов. Она рекомендуется для использования при оценке динамических качеств грузовых вагонов.

Нелинейные колебания, вагон, силовая характеристика, скелетная кривая, возвращающий момент, восстанавливающий момент, ширина зоны контакта, пятник, подпятник.

**Yuriy P. Boronenko**, D. Eng., professor, department chair boron49@yandex.ru; **\*Yuriy B. Zhitkov**, postgraduate student, zhitkov-nvc@ya.ru (Petersburg State Transport University) UPDATING POWER CHARACTERISTIC OF RAILCAR BODY LINKAGE WITH BOGIES DURING TRANSSHIPMENT ON FLAT CENTRE PLATES

**Objective:** To specify power characteristic of railcar body linkage with bogies during transshipment on flat centre plates and to establish dependencies between restoring torque, width of centre plate – centre bowl contact zone, and body inclination angle. **Methods:** Non-linear oscillations arising during railcar body transshipment on flat centre plates are considered as mathematical simulation. To specify the power characteristic of the railcar body linkage with bogies, a centre plate is represented in the form of a resilient-inertia-free base (Winkler foundation). **Results:** The width of the contact area in the centre plate – centre bowl connection depending on the body inclination angle is calculated, and the linkage power characteristic is constructed. **Practical importance:** An example of power characteristic calculation and backbone curve construction for 12-132 model gondola car is provided. It is shown that the proposed approach enables to take into consideration peculiarities of the non-linear linkage – soft power characteristic. Precision of calculation is increased, and is recommended for evaluation of dynamic qualities of freight cars.

Non-linear oscillations of a railcar, railcar, power characteristic, backbone curve, returning torque, restoring torque, width of the centre-plate-centre bowl contact area, body centre plate, centre bowl.

У большинства грузовых вагонов, которые эксплуатируются в странах железных дорог колеи 1520 мм, кузов опирается на тележки через узел «пятник – подпятник» и скользуны. Между скользунами, которые расположены на тележках и кузове, предусматриваются зазоры или устанавливаются упругие элементы. Следствием такого способа опирания является перевалка кузова на пятниках.

Из-за перевалки кузова ухудшаются ходовые качества вагона, появляются перегрузки в шкворневых узлах во время движения [2], а в месте контакта пятник – подпятник возникают износы, наличие которых требует регулировать зазоры между скользунами [1]. Современные тележки оборудованы более сложными упругодемпфирующими скользунами [9], которые позволяют уменьшить колебания кузова и влияние тележек, тем самым улучшая ходовые качества и работу узла «пятник – подпятник».

В настоящее время признана необходимость учитывать перевалку кузова при исследовании динамики, прочности вагона и износа узла «пятник – подпятник». Но математическая модель, описывающая это соединение, представляется в упрощенном виде: как цилиндрическая поверхность [10], шарнир с параллельными линейно-упругими элементами [7, 10] или абсолютно твердое тело, которое качается поочередно относительно

краюшек пятника [2]. Такие способы моделирования не позволяют выявить все особенности перевалки кузова.

В нелинейной механике наиболее близкой к рассматриваемой проблеме является задача о колебаниях качающегося параллелепипеда [4], который поочередно вращается вокруг нижних граней. Но получаемое при этом решение имеет ограниченное применение. Так, согласно нему, при уменьшении амплитуды колебания кузова частота стремится к бесконечности, в то время как, исходя из результатов эксперимента [8], известно, что она не превышает 3 Гц.

Необходимо уточнить силовые характеристики связи кузова вагона с тележками, а именно величину восстанавливающего момента и ширину зоны контакта пятник – подпятник в зависимости от угла наклона кузова.

### Расчетная схема и математическая модель

При исследовании перевалки кузова детально рассматривалось место контакта пятник – подпятник (рис. 1а). Наличие отверстия в центре пятника предполагает кольцевую опорную поверхность, однако при колебаниях кузова средняя часть пятника практически не нагружена и за опорную поверхность пятника

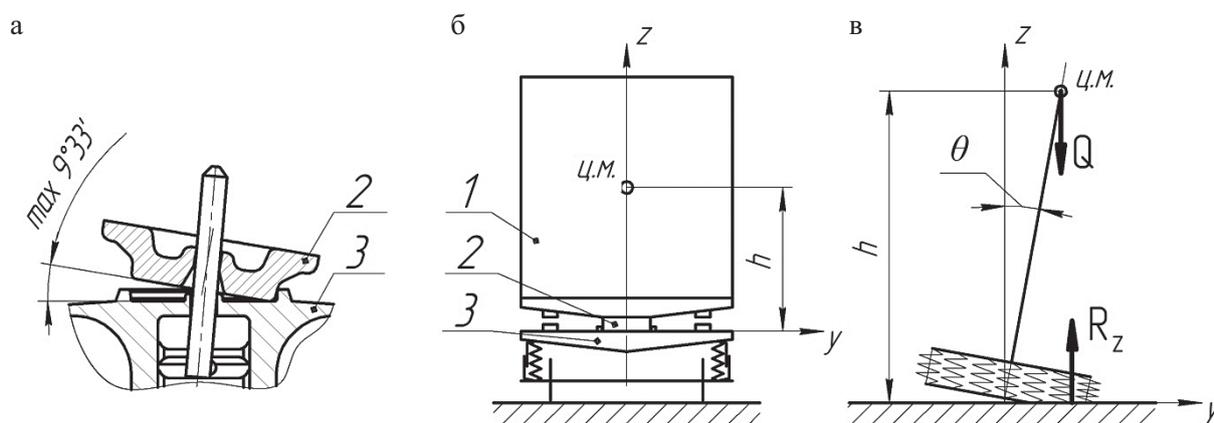


Рис. 1. Схема связи кузова вагона с тележкой: место контакта пятник – подпятник (а), схема опирания кузова на наддресорную балку тележки (б); расчетная схема перевалки кузова на пятнике (в): 1 – кузов; 2 – пятник; 3 – наддресорная балка с подпятником

принимался круг. На рис. 1б представлена схема опирания кузова на наддрессорную балку тележки с зазорами между скользящими. Расчетная схема перевалки кузова на пятнике без учета упора скользящих показана на рис. 1в.

Уравнение перевалки кузова имеет вид

$$J_x \ddot{\theta} = M_Q - M_R = M_{\text{восст}}, \quad (1)$$

где момент

$$M_Q = Qh \sin(\theta). \quad (2)$$

Для поиска силовой характеристики  $M_{\text{восст}}(\theta)$ , а также зависимости между шириной  $\xi$  зоны контакта пятник – подпятник и углом  $\theta$  наклона кузова принималось, что наддрессорная балка и кузов являются абсолютно жесткими, а физические свойства пятника описываются с помощью модели упруго-безынерционного основания (основания Винклера), т.е. пятник – упругий элемент, представленный в виде множества пружин, имеющих одинаковую жесткость. Это означает, что при наличии вертикальной нагрузки в каждой точке на поверхности контакта пятник – подпятник создается реакция, пропорциональная осадке пятника в этой точке:

$$r = c \cdot \Delta l.$$

В зоне контакта пятник – подпятник нагрузка от кузова может распределяться равномерно или неравномерно. При этом неравномерная нагрузка может распределяться как по всей площади под упорной поверхностью пятника, так и по её отдельной части (при отрыве края пятника от подпятника). Возможные случаи нагружения механической системы, схемы деформации пятника, а также реакции от статической нагрузки, возникающие на поверхности контакта, представлены в табл. 1.

Учитывая упругие свойства пятника, реакция на поверхности контакта в произвольной точке представлялась в виде

$$r_T = c\xi \tan(\theta)$$

и в крайней максимально нагруженной точке

$$r_{\text{max}} = c\xi \tan(\theta). \quad (3)$$

Значение возвращающего момента  $M_R$ , образованного действием распределенных сил реакции опоры, определялось относительно начала отсчета выбранной системы координат по формуле

$$M_R = R_z y_c. \quad (4)$$

Равнодействующая сила  $R_z$  является суммой распределенных сил реакции, возникающих в опоре, значение которой равно силе  $Q$ . В то же время распределенные силы реакции представляются в виде эпюры объемом  $V$ . Таким образом,

$$R_z = Q = V = \iint_F r(y) dF. \quad (5)$$

Расстояние  $y_c$  до силы  $R_z$  является координатой геометрического центра эпюры по оси  $Oy$ , которая определялась известным выражением через статический момент и объем:

$$y_c = \frac{S_{rx}}{V}. \quad (6)$$

Учитывая формулы (4)–(6), установлено, что возвращающий момент  $M_R$ , образованный действием распределенных сил реакции опоры, равен статическому моменту  $S_{rx}$  объемной эпюры относительно плоскости  $Oxz$ :

$$M_R = S_{rx} = \iiint_V y dV = \iint_F yr(y) dF. \quad (7)$$

В первом случае, когда отсутствует наклон кузова и нагрузка распределяется по пятнику равномерно, момент  $M_Q$ , статический момент  $S_{rx}$ , а значит, и возвращающий момент  $M_R$  равны нулю. Тогда восстанавливающий момент  $M_{\text{восст}}$  также равен нулю – это положение равновесия.

ТАБЛИЦА 1. Возможные случаи нагружения механической системы, схемы деформации пятника, реакции от статической нагрузки, возникающие на поверхности контакта

Схемы нагружений и эпюры реакций	Случай нагружения		
	Равномерное распределение нагрузки по всей площади под упорной поверхностью пятника	Неравномерное распределение нагрузки:	
		по всей площади под упорной поверхностью пятника (без отрыва края пятника от подпятника)	по части от всей площади под упорной поверхностью пятника (при отрыве края пятника от подпятника)
Схема нагружения и эпюра реакции в плоскости $Ozy$			
Эпюры реакции от нагрузки, распределенной по поверхности контакта			

Примечание. Направления осей системы координат для схем



Во втором случае, когда появляется наклон кузова и нагрузка распределяется по пятнику неравномерно, но при этом край пятника не отрывается от подпятника, равенство (7) принимает вид [5]

$$M_R = cJ \tan(\theta), \quad (8)$$

а уравнение (1) для безотрывных колебаний –

$$J_x \ddot{\theta} = Qh \sin(\theta) - cJ \tan(\theta) \approx (Qh - cJ)\theta.$$

Зависимость моментов  $M_Q$ ,  $M_R$  и силовой характеристики  $M_{\text{восст}}$  от угла  $\theta$  во втором случае имеет линейные характеристики, справедливые только при малых углах наклона кузова.

В третьем случае, когда при наклоне кузова край пятника отрывается от подпятника, изменится ширина  $\xi$  зоны контакта и нагрузка от кузова будет распределяться уже по меньшей опорной площади (рис. 2).

В этом случае для определения зависимости между углом  $\theta$  и шириной  $\xi$  зоны контакта формула по определению объема  $V$  эпюры с учетом (5) имеет вид:

$$V = Q = \frac{r_{\max}}{3\xi} \times \left[ a \cdot (3R^2 - a^2) - 3R^2 \cdot (R - \xi) \cdot \varphi \right]; \quad (9)$$

где

$$a = \sqrt{R^2 - (R - \xi)^2}; \quad (10)$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{R-\xi}{R}\right). \quad (11)$$

Так, после преобразования формул (3) и (9) с учетом (10) и (11)

$$\tan(\theta) = \frac{3Q}{c \cdot \left[ \sqrt{R^2 - (R-\xi)^2} \cdot (2R^2 + (R-\xi)^2) - 3R^2 \cdot (R-\xi) \cdot \arccos\left(\frac{R-\xi}{R}\right) \right]}. \quad (12)$$

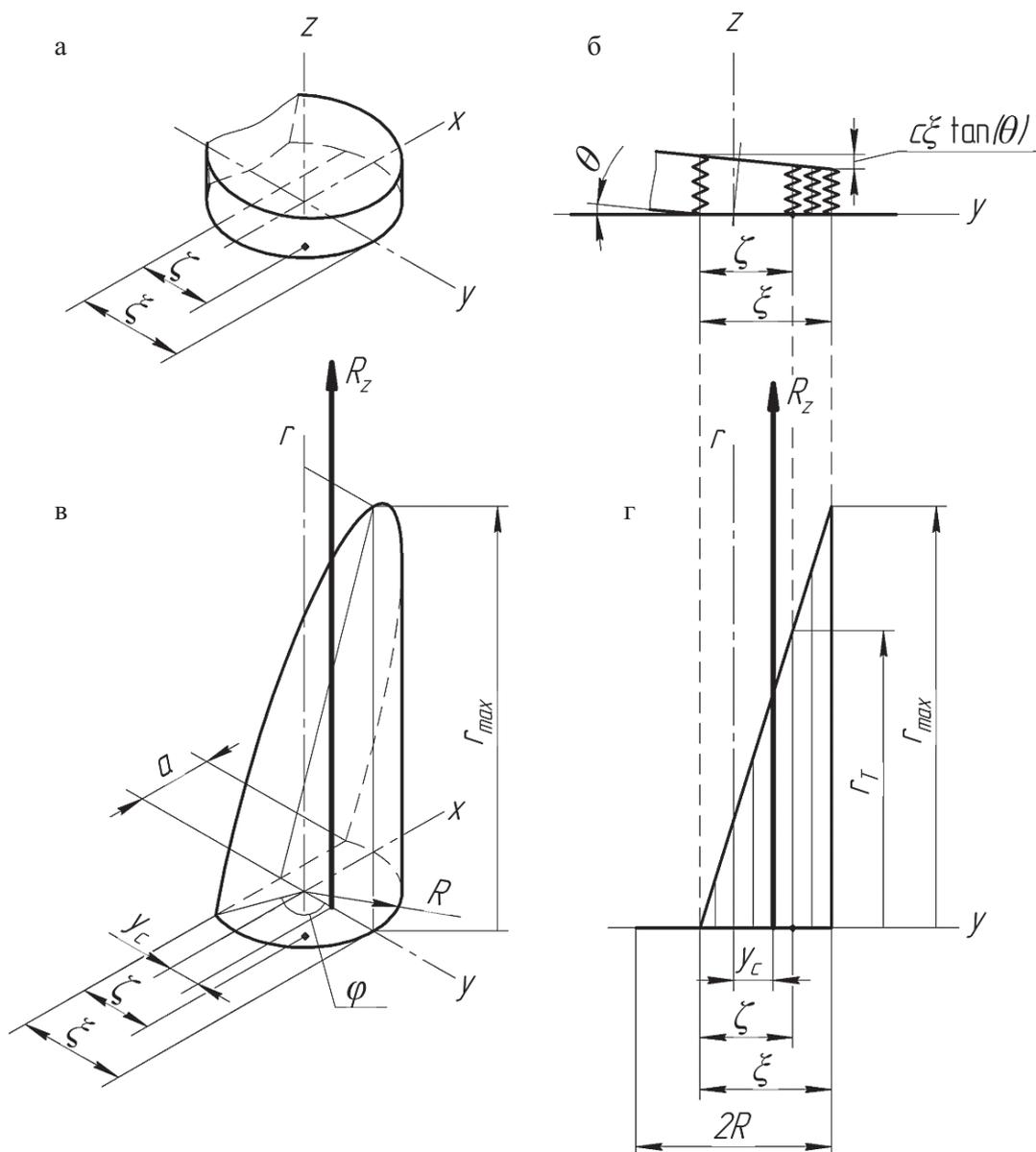


Рис. 2. Схема нагружения пятника в случае распределения нагрузки при отрыве края пятника от подпятника:  
 а, б) деформация пятника при наклоне кузова; в, г) эпюра распределенной по поверхности контакта реакции опоры

Формула (12) согласуется с формулой, полученной в [5].

В соответствии со схемой, изображенной на рис. 2, определялся статический момент  $S_{rx}$  объемной эпюры:

$$S_{rx} = 2 \int_{y_1}^{y_2} dy \int_0^{r_2(y)} dr \int_0^{x_2(y)} y dx, \quad (13)$$

где границы  $y_1, y_2, r_2(y), x_2(y)$  области интегрирования представлены в табл. 2.

Проинтегрировав выражение (13) и упростив полученный результат с учетом равенства (5) и формулы (3), получили:

$$M_R = \frac{Q \left[ 3\pi R^4 - 6[R - \xi] \cdot [2 \cdot (R - \xi)^2 - R^2] \cdot \sqrt{R^2 - (R - \xi)^2} - \right.}{8 \left[ \sqrt{R^2 - (R - \xi)^2} \cdot (2R^2 + (R - \xi)^2) - \right.} \\ \left. - 6R^4 \cdot \left( \frac{\pi}{2} - \arccos \left( \frac{R - \xi}{R} \right) \right) + 16(\xi - R) \cdot \sqrt{[R^2 - (R - \xi)^2]^3} \right]}{\left. - 3R^2 \cdot (R - \xi) \cdot \arccos \left( \frac{R - \xi}{R} \right) \right]}.$$

Силовая характеристика  $M_{\text{восст}}$  в третьем случае приобретает нелинейную зависимость.

Для всех случаев нагружения механической системы зависимость между амплитудой  $Am$  и частотой  $f$  свободных колебаний определялась выражением [6]:

$$f = \frac{1}{4 \int_0^{Am} \left( \frac{1}{\sqrt{2 \int_0^{Am} \frac{M_{\text{восст}}(\theta)}{J_x} d\theta}} \right) d\theta} \quad (14)$$

ТАБЛИЦА 2. Границы области интегрирования при определении статического момента  $S_{rx}$  эпюры распределенных сил реакции опоры в случае распределения нагрузки при отрыве края пятника от подпятника

Границы области интегрирования	Значения переменных
$y_1 \leq y \leq y_2$	$y_1 = R - \xi$ $y_2 = R$
$0 \leq r \leq r_2(y)$	$r_2(y) = \frac{r_{\max}}{\xi} (y + \xi - R)$
$0 \leq x \leq x_2(y)$	$x_2(y) = \sqrt{R^2 - y^2}$

Нелинейные характеристики  $\xi(\theta)$ ,  $M_{\text{восст}}(\theta)$ ,  $f(A_m)$  при перевалке кузова вагона на стальном пятнике представлены на рис. 3.

В точке 0 кузов находится в состоянии равновесия; ширина зоны контакта пятник – подпятник равна диаметру пятника.

На участке 0–1 (0–1') с ростом угла наклона кузова начинает перераспределяться нагрузка на пятник (один край пятника нагружается, противоположный разгружается), при этом ширина зоны контакта по-прежнему остается равной диаметру пятника. Появляется восстанавливающий момент, линейно увеличивающийся с ростом угла наклона. Частота на этом участке постоянна и не зависит от амплитуды.

В точке 1 (1') край пятника обезгруживается, с этого момента ширина зоны контакта уменьшается с ростом угла наклона кузова.

Восстанавливающий момент в этом положении составляет примерно 1/3 от максимального значения.

На участке 1–2 (1–2') после обезгрузки края пятника с дальнейшим ростом угла наклона кузова резко уменьшается ширина зоны контакта. Восстанавливающий момент продолжает увеличиваться, приближаясь к максимальному значению.

В точке 2 (2') восстанавливающий момент достигает своего максимума, с этого момента ширина зоны контакта с ростом угла наклона кузова остается практически неизменной.

На участке 2–3 (2'–3') с ростом угла наклона кузова ширина зоны контакта практически не изменяется и приближается к своему минимальному значению. Восстанавливающий момент стремится к нулю.

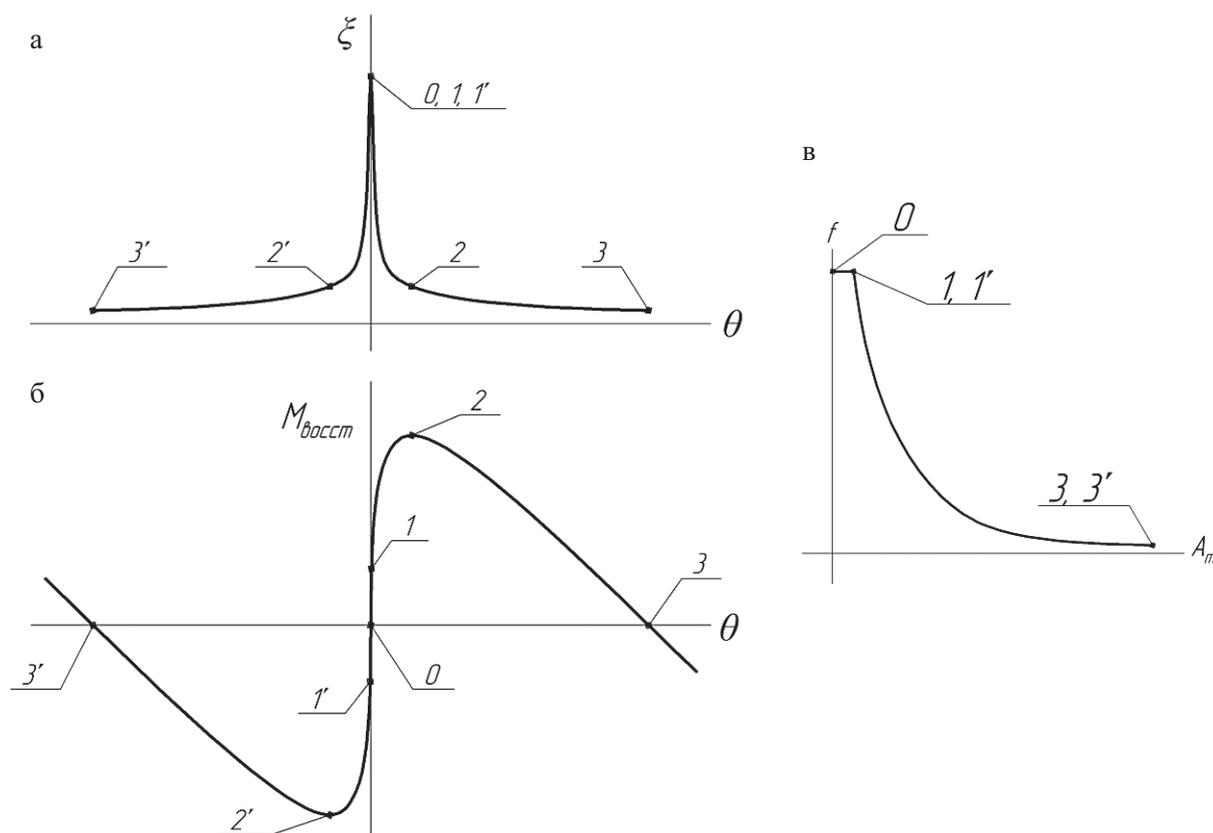


Рис. 3. Нелинейные характеристики  $\xi(\theta)$ ,  $M_{\text{восст}}(\theta)$ ,  $f(A_m)$  при перевалке кузова вагона на стальном пятнике:

- а) зависимость между углом наклона кузова и шириной зоны контакта;
- б) силовая характеристика связи кузова вагона с тележкой при перевалке;
- в) скелетная кривая

Точке 3 (3') соответствует неустойчивое положение равновесия кузова, когда его центр тяжести расположен на вертикали, проходящей через точку положения равнодействующей силы реакции опоры.

На участке 1–3 (1'–3') частота колебаний нелинейно уменьшается с ростом амплитуды.

### Пример построения силовой характеристики перевалки кузова вагона на пятнике, определение частоты колебания и ширины зоны контакта в зависимости от угла наклона кузова

Рассмотрим поперечные колебания кузова на пятнике на примере полувагона модели 12-132. Вагон оборудован двухосными тележками с бесконтактными скользунами. Угол, на который может наклониться кузов до упора скользунов, составляет  $1,634 \cdot 10^{-2}$  рад (при зазорах между скользунами 10 мм).

Исходные данные для расчета представлены в табл. 3.

Расчет проводили с помощью программного комплекса MATHCAD 15. По исходным данным из табл. 3 по формулам (1), (2), (8), (12)–(14) строили массивы данных с шагом  $\Delta \xi$  ширины зоны контакта, равным 0,001 м, и с шагом  $\Delta Am$  амплитуды колебаний, равным  $2 \cdot 10^{-5}$  рад. По полученным массивам строили графики зависимостей.

Графики зависимостей между углом  $\theta$  наклона кузова и шириной  $\xi$  зоны контакта пят-

ник – подпятник изображен на рис. 4; силовая характеристика  $M_{\text{восст}}$  связи кузова вагона с тележкой при перевалке – на рис. 5; график зависимости между частотой  $f$  колебаний при перевалке кузова и амплитудой  $Am$  – на рис. 6.

Согласно расчету, колебания кузова без отрыва края пятника от подпятника происходят при малых углах наклона – до  $2,15 \cdot 10^{-5}$  рад (см. рис. 4) с частотой свободных колебаний 12,7 Гц (см. рис. 6).

Восстанавливающий момент в зоне перехода от безотрывных колебаний к колебаниям с отрывом края пятника составляет 15 511 Н·м (см. рис. 5). Максимальное значение восстанавливающего момента достигает 53 782 Н·м при ширине зоны контакта 34 мм и угле наклона кузова  $3,75 \cdot 10^{-3}$  рад (см. рис. 4, 5).

Минимальное значение ширины зоны контакта составляет 19 мм при угле наклона кузова  $1,634 \cdot 10^{-2}$  рад (см. рис. 4), который соответствует замыканию скользунов.

Известно, что после длительного срока эксплуатации вагона упорная поверхность пятника имеет износы в виде плоских граней, расположенных вдоль внешней кромки. Эти износы могут занимать до половины радиуса пятника [11], при этом повышенный износ происходит на расстоянии до 20 мм от края [3]. По результатам расчета, изменение ширины контакта от 75 до 19 мм соответствует широкому диапазону углов наклона кузова от  $5,358 \cdot 10^{-4}$  до  $1,634 \cdot 10^{-2}$  рад (см. рис. 4), что может объяснить повышенный износ этих зон.

Частота свободных колебаний кузова при увеличении амплитуды, начиная с зоны

ТАБЛИЦА 3. Исходные данные для расчета

Параметр	Обозначение	Значение
Нагрузка от груженого кузова, приходящаяся на один пятник, Н	$Q$	$4,14 \cdot 10^5$
Высота от подпятника до центра масс кузова, м	$h$	1,5
Радиус пятника, м	$R$	0,15
Коэффициент постели, Н/м <sup>3</sup>	$c$	$1,818 \cdot 10^{12}$
Момент инерции относительно оси $Ox$ для половины кузова, кг·м <sup>2</sup>	$J_x$	$1,41 \cdot 10^5$

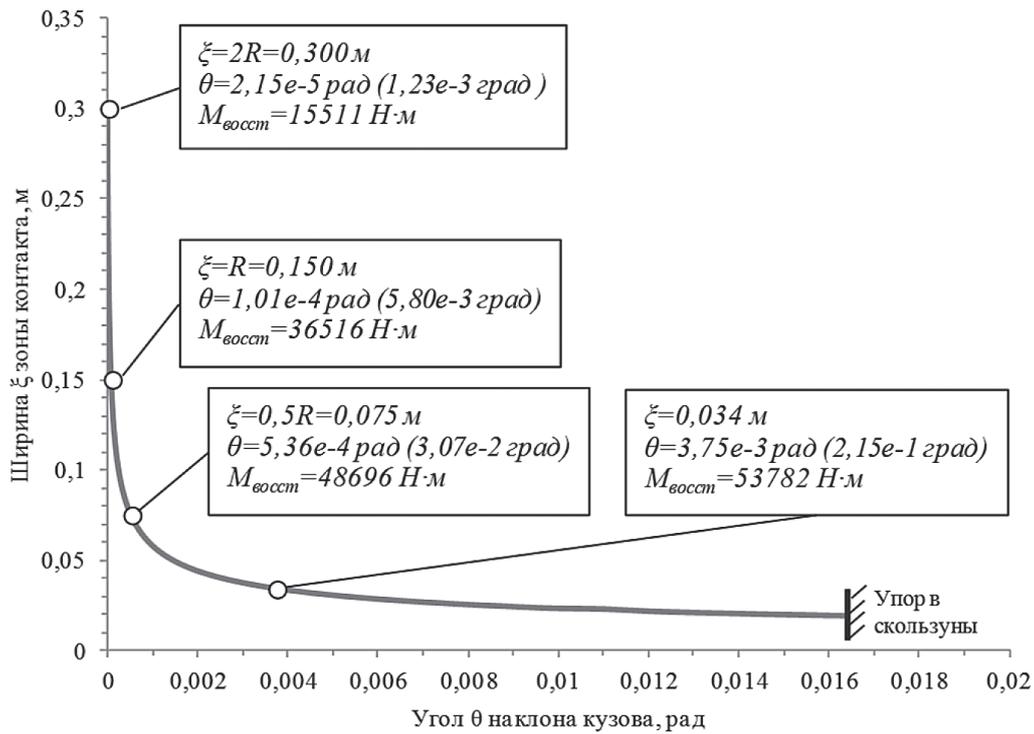


Рис. 4. График зависимости между углом  $\theta$  наклона кузова и шириной  $\xi$  зоны контакта пятник – подпятник

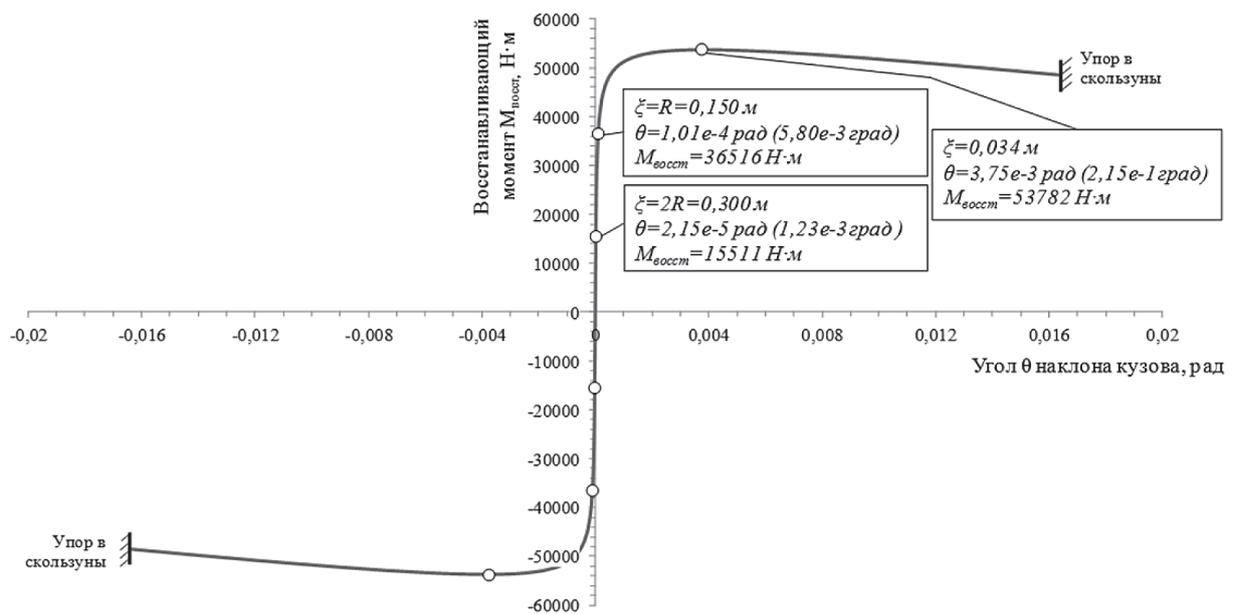
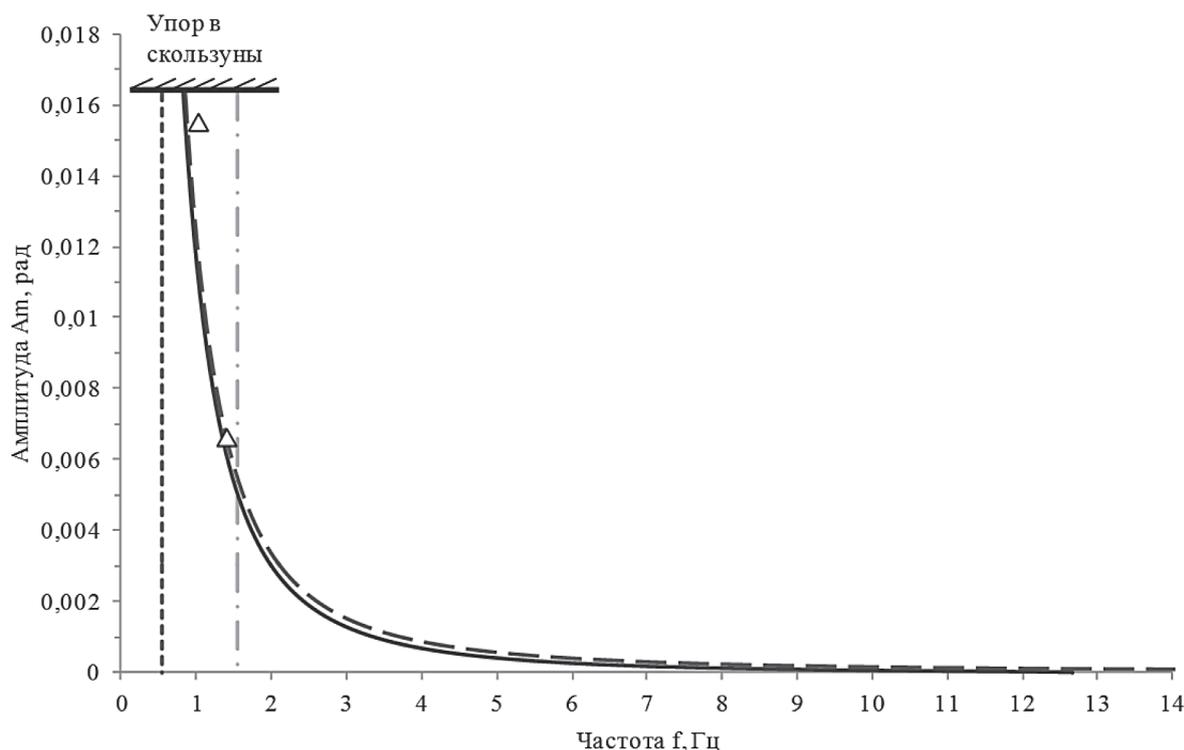


Рис. 5. Силовая характеристика связи кузова вагона с тележкой при перевалке



При моделирование перевалки кузова с использованием:

- · — шарнира с параллельными линейно-упругими элементами [10], [7];
- пятника с цилиндрической упорной поверхностью [10] (при износе края пятника 2 мм [11]);
- — пятника, представленного как абсолютно твердое тело [2];
- — пятника, представленного в качестве упруго-безынерционного основания (основания Винклера).
- Δ Экспериментальные данные

Рис. 6. График зависимости между частотой  $f$  колебаний при перевалке кузова и амплитудой  $Am$

перехода от безотрывных колебаний к колебаниям с отрывом края пятника, нелинейно уменьшается с 12,7 Гц и достигает значения 0,8 Гц при угле наклона  $1,634 \cdot 10^{-2}$  рад (см. рис. 6), который соответствует замыканию скользунов.

Результаты расчета частоты свободных колебаний при перевалке кузова на пятнике, полученные при использовании модели связи, представленной в виде упруго-безынерционного основания (основания Винклера), сопоставлены с результатами расчетов других моделей [2, 7, 10].

Наиболее распространенной модели связи, имеющей вид шарнира с параллельными линейно-упругими элементами [7, 10], соответствует постоянная частота свободных колебаний при перевалке кузова (см. рис. 6):

$$f = \frac{\sqrt{\frac{c_n b - Qh}{J_x}}}{2\pi}.$$

Варьируя жесткость поджимающих пружин  $c_n$  и расстояние между ними, можно получить частоту, близкую к наблюдаемой в экспериментах, но эта модель не описывает особенности колебаний нелинейных систем.

Аналогичный недостаток имеет модель связи, представленной в виде цилиндрической пяты [10]. Частоту, близкую к экспериментальной, можно получить, изменяя радиус упорной поверхности пятника:

$$f = \frac{\sqrt{\frac{Qh(R_{уп} - h)}{J_x}}}{2\pi},$$

где

$$R_{\text{уп}} \approx \frac{R^2}{2\Delta_{\text{изн}}}.$$

Модели связи, описывающей перевалку кузова на абсолютно жестком пятнике [2], соответствует нелинейная зависимость частоты свободных колебаний от амплитуды:

$$f = \frac{\sqrt{\frac{Qh}{J_x}}}{4\text{arch}\left[\left(1 - (Am / \arctan(R/h))^{-1}\right)^{-1}\right]}.$$

Эта модель связи при малых углах наклона дает увеличение частоты колебаний до бесконечности. Начиная с угла отрыва края пятника от подпятника наблюдается почти полное совпадение скелетной кривой модели [2] с зависимостью (14), описанной в данной статье.

Таким образом, из рассмотренных моделей первые две позволяют получить только близкие к экспериментальным данным частоту и амплитуду вынужденных колебаний.

Для нелинейных систем одному значению частоты на резонансной кривой могут соответствовать три амплитуды колебаний, две из которых могут быть устойчивыми. Учитывая, что описанная в статье характеристика является мягкой и что кривая собственных частот загибается влево, во время повышения скорости движения неустойчивая ветвь амплитудно-частотной характеристики также расположится слева относительно скелетной кривой и возможных скачков амплитуд при возрастающей частоте вынужденных колебаний. При снижении скорости движения возможен сброс амплитуд колебаний.

Настоящая модель перевалки кузова позволяет объяснить резкие увеличения боковых и вертикальных сил, возникающих при движении поезда, описанные в статье [12].

## Заключение

Предложенная в данной статье модель связи кузова с тележкой, представленная в виде

упруго-безынерционного основания (основания Винклера), позволяет лучше описать физические явления, происходящие при колебаниях вагона во время движения по рельсовому пути, и рекомендуется к использованию при расчетах ходовых качеств грузовых вагонов.

## Условные обозначения

- Ц. М. – центр масс кузова  
 $h$  – высота от подпятника до центра масс кузова  
 $Q$  – вертикальная сила от тяжести кузова  
 $R_z$  – равнодействующая сила реакции опоры  
 $\theta$  – угол наклона кузова в плоскости  $Ozy$  относительно надрессорной балки  
 $J_x$  – момент инерции кузова относительно оси  $Ox$ , направленной перпендикулярно плоскости чертежа  
 $M_R = M_R(\theta)$  – возвращающий момент, образованный действием распределенных сил реакции опоры, зависящий от угла  $\theta$  наклона кузова  
 $M_Q = M_Q(\theta)$  – момент, образованный действием силы тяжести вследствие смещения центра масс кузова  
 $M_{\text{восст}} = M_{\text{восст}}(\theta)$  – силовая характеристика связи кузова вагона с тележкой при перевалке, зависящая от угла  $\theta$  наклона кузова  
 $c$  – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом постели  
 $u_c$  – расстояние до равнодействующей силы  $R_z$  от начала отсчета системы координат  
 $\xi$  – ширина зоны контакта пятник – подпятник, измеряемая вдоль оси  $Oy$   
 $\zeta$  – расстояние, измеряемое на поверхности контакта пятник – подпятник вдоль оси  $Oy$  от наименее нагруженной точки до произвольной точки  
 $r_{\text{max}}$  – максимальная реакция, возникающая в крайней точке на поверхности контакта  
 $a$  – половина секущей хорды  
 $R$  – радиус пятника  
 $\varphi$  – половина центрального угла

$F$  – площадь опорной поверхности пятника

$S_x$  – статический момент объемной эпюры распределенных сил реакции опоры относительно плоскости  $Oyx$

$V$  – объем эпюры распределенных сил реакции опоры

$y_1, y_2, r_2(y), x_2(y)$  – границы области интегрирования при определении статического момента  $S_x$  эпюры распределенных сил реакции опоры;

$J$  – момент инерции площади контакта относительно оси  $Ox$

$f$  – частота свободных колебаний

$\Delta l$  – величина осадки упругого основания в произвольной точке

$c_n$  – жесткость поджимающей пружины

$b$  – расстояние от поджимающей пружины до шарнира

$R_{уп}$  – радиус упорной поверхности цилиндрической пяты

$\Delta_{изн}$  – износ упорной поверхности по краю пятника

## Библиографический список

1. Бороненко Ю. П. Анализ повреждаемости центральных пятников 8-осных цистерн / Ю. П. Бороненко, В. М. Бубнов, А. С. Вершинин и др. // Петербургский институт инженеров железнодорожного транспорта: сб. науч. трудов. – СПб., 1993. – 126 с.

2. Бороненко Ю. П. Исследование влияния инерционных и геометрических характеристик цистерн на их ходовые качества : дис. ... канд. техн. наук : 05.05.02 / Ю. П. Бороненко. – Ленинград, 1976. – 170 с.

3. Дубинин В. М. Анализ износостойкости и разработка предложений по повышению надежности пятниковых узлов грузовых вагонов / В. М. Дубинин // Новые материалы и технологии в машиностроении – 2010 : сб. науч. ст. XII междунар. науч.-технич. конф. – Челябинск : ЧИПС – филиал УрГУПС, 2010. – URL : [http://science-bsea.bgita.ru/2010/mashin\\_2010\\_2/dubinin\\_analiz.htm](http://science-bsea.bgita.ru/2010/mashin_2010_2/dubinin_analiz.htm).

4. Каудерер Г. Нелинейная механика / Г. Каудерер ; пер. с нем. Я. Г. Пановко. – М. : Изд-во иностр. лит., 1961. – 777 с.

5. Павлов С. В. Оценка динамической нагруженности шкворневых узлов вагонов-цистерн и совершенствование их конструкции : дис. ... канд. техн. наук : 05.22.07 / С. В. Павлов. – СПб., 1993. – 74 с.

6. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний / Я. Г. Пановко. – 2-е изд., перераб. – М. : Машиностроение, 1967. – 316 с.

7. Саидова А. В. Разработка математических моделей вагона на тележках 18-9810 и 18-9895 для исследования износов колес / А. В. Саидова, А. М. Орлова // Наука та транспорту. Віник Дніпропетровськ. нац. ун-ту залізничного транспорту ім. акад. В. Лазаряна. – 2013. – Вип. 2 (44). – С. 118–123.

8. Тененбаум Б. Я. Некоторые особенности боковых колебаний четырехосного полувагона / Б. Я. Тененбаум // Улучшение содержания, ремонта и повышение надежности вагонов и средств механизации грузовых работ. – Свердловск : Средне-Урал. кн. изд-во, 1969. – Вып. 15. – С. 43–49.

9. Турутин И. В. Конструкция тележек моделей 18-9889 и 18-9890 для инновационных четырех- и шестиосных грузовых вагонов // И. В. Турутин, Е. А. Рудакова // Транспорт РФ. – 2013. – № 3 (46). – С. 10–12.

10. Ушлаков В. Ф. Математическое моделирование колебаний рельсовых транспортных средств / В. Ф. Ушлаков, Л. М. Резликов, В. С. Иккол и др. – Киев : Наук. Думка, 1989. – 240 с.

11. Olshevskiy A. Wear simulation for the center plate arrangement of a freight car / A. Olshevskiy, Chang-Wan Kim, Hyun-Ik Yang // Veh. Syst. dyn. – 2015. – Vol. 53, N. 4–6 April–June.

12. Yan Liu. High lateral to vertical force ratio and car body “Rocking” on bolster / Yan Liu, Wei Huang // 21rd Int. Symp. on Dynamics of Vehicles on Road and Tracks. IAVSD. – 2011.

## References

1. Boronenko Yu. P., Bubnov V. M., Verшинin A. S., Pavlov S. V. & Belgorodtsev A. V. Analiz povrezhdanosti central'nyh pyatnikov 8-osnyh cistern [Analysis of Damage to the Central Pyatnikov 8-axle Tanks]. *Peterburgskiy institut inzhenerov zheleznodorozhnoho transporta: sbornik nauchnykh trudov – Petersburg*

*Rail. Eng. Inst.: Coll. Sci. Papers.* St. Petersburg, 1993. 126 p.

2. Boronenko Yu. P. Issledovaniye vliyaniya inertsiyonnykh i geometricheskikh kharakteristik tsistern na ikh khodovyye kachestva [A Study into the Influence of Inertia and Geometrical Characteristics of Tank-cars on their Running Qualities]. Leningrad, 1976. 170 p.

3. Dubinin V. M. Analiz iznosostoykosti i razrabotka predlozheniy po povysheniyu nadezhnosti pyatnikovykh uzlov gruzovykh vagonov [Wear Resistance Analysis and Development of Suggestions for Increasing Reliability of Centre Plate Arrangements of Freight Cars]. *Novyye materialy i tekhnologii v mashinostroyenii – 2010: sbornik nauchnykh statey XII mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii (New Materials and Technologies in Engine Building – 2010: Proc. of 12<sup>th</sup> Int. Sci. and Tech. Conf.)*. Chelyabinsk, ChIPS, 2010, available at: [http://science-bsea.bgita.ru/2010/mashin\\_2010\\_2/dubinin\\_analiz.htm](http://science-bsea.bgita.ru/2010/mashin_2010_2/dubinin_analiz.htm).

4. Kauderer G. Nelineynaya mekhanika [Non-linear Mechanics]. Moscow, Izdatelstvo inostrannoy literatury, 1961. 777 p.

5. Pavlov S. V. Otsenka dinamicheskoy nagruzhenosti shkvornevykh uzlov vagonov-tsistern i sovershenstvovaniye ikh konstruksii [Evaluation of Dynamic Load of Tank-cars' Centre Bearings and Improvements to Their Design]. St. Petersburg, 1993. 74 p.

6. Panovko Ya. G. Osnovy prikladnoy teorii uprugikh kolebaniy [Basic Applied Theory of Elastic

Vibrations]. Moscow, Mashinostroyeniye, 1967. 316 p.

7. Saidova A. V. & Orlova A. M. *Nauka ta transportu – Sci. for Transp.*, 2013. Is. 2 (44). Pp. 118-123.

8. Tenenbaum B. Ya. Nekotorye osobennosti bokovykh kolebaniy chetyrekhosnogo poluvagona [Some Features of the Lateral Oscillations of the Four-gondol]. *Uluchsheniye soderzhaniya, remonta i povysheniye nadezhnosti vagonov i sredstv mekhanizatsii gruzovykh rabot (Improving Maintenance, Repair and Incr. Reliability of Cars and Haulage Mech. Equip.)*, 1969. Is. 15. Pp. 43-49.

9. Turutin I. V. & Rudakova Ye. A. *Transport Rossiyskoy Federatsii – Trans. of Russ. Federation*, 2013, no. 3 (46), pp. 10-12.

10. Ushlakov V. F., Rezlikov L. M., Ikkol V. S., Trubitskaya Ye. Yu., Redko S. F. & Zalesskiy A. I. Matematicheskoye modelirovaniye kolebaniy relsovykh transportnykh sredstv [Mathematical Simulation of Rail Vehicles' Vibrations]. Kiev, Naukova dumka, 1989. 240 p.

11. Olshevskiy A., Chang-Wan Kim & Hyun-Ik Yang. Wear simulation for the center plate arrangement of a freight car. *Veh. Syst. dyn.*, 2015, Vol. 53, no. 4-6 April-June.

12. Yan Liu & Wei Huang. High lateral to vertical force ratio and car body "Rocking" on bolster. *21rd Int. Symp. on Dynamics of Vehicles on Road and Tracks. IAVSD*. 2011.

БОРОНЕНКО Юрий Павлович – доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедрой, boron49@yandex.ru; \*ЖИТКОВ Юрий Борисович – аспирант, zhitkov-nvc@ya.ru (Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I).