

байта данных в протоколе I^2C , является проверочным или контрольным. Такие биты повышают избыточность кода. Избыточные биты дают возможность обнаруживать ошибки в принятой информации на основе алгебры логики и тем самым повышают помехоустойчивость передачи данных. Помехоустойчивыми называются коды, позволяющие обнаруживать или исправлять ошибки в принятом сообщении. Увеличение числа таких битов в кодовой комбинации повышает способность обнаружения ошибки кода, но приводит к некоторому снижению скорости передачи информации.

Заключение

1. Проводное оборудование бортовой микропроцессорной системы управления ЭПС подвергается внешнему влиянию электромагнитных полей, индуцирующих в нем помехи, в связи с чем требуется применение мер, обеспечивающих помехозащищенность.

2. Предлагаемая организация системы управления электрическими аппаратами с применением последовательных каналов на основе протокола I^2C уменьшит количество

проводов и позволит оптимизировать длину и близость расположения силовых и управленческих линий.

3. Применяемое в протоколе I^2C избыточное кодирование обеспечивает высокую защиту передачи сигналов.

Библиографический список

1. **Микропроцессорная система** управления магистрального пассажирского электровоза постоянного тока с коллекторными тяговыми двигателями МПСУ-007. Руководство по эксплуатации АРКИ.421455.007 РЭ. – Новочеркасск, 2010. – 225 с.

2. **Аппаратура** микропроцессорной системы управления и диагностики электровоза / И. Н. Бадьян // Современные технологии автоматизации. – 2000. – № 4. – С. 48–52.

3. **Взаимные влияния** в кабелях связи / В. О. Шварцман. – М. : Связь, 1966. – 431 с.

4. **Применение** мультиплексных каналов для управления электрическими аппаратами на электроподвижном составе / Е. В. Сиряя // Известия ПГУПС. – 2012. – № 4 (33). – С. 67–72.

5. **Микроконтроллеры AVR** : практикум / В. Я. Хартов. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007. – 240 с.

УДК 620.9:621.3:536.24

Л. М. Юферева

Петербургский государственный университет путей сообщения

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОТДАЧИ ПРИ КОНДЕНСАЦИИ ПАРА НА ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ НАКЛОННОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО КОНДЕНСАТОРА

Рассматривается задача о накоплении и стекании конденсата на внутренних поверхностях (далее – поверхностях конденсации) отрезка наклонной цилиндрической трубы с плоской заглушкой на верхнем торце. Температура насыщенного пара в полости трубы считается постоянной. Распределение температур по поверхностям конденсации считается заданным. Течение конденсата считается ламинарным и происходит только под действием силы тяжести. Передача теплоты от пара к стенке обусловлена только молекулярной теплопроводностью конденсата.

Разыскивается функция распределения толщин конденсата по внутренним поверхностям конденсатора, позволяющая оценить коэффициент теплоотдачи при конденсации пара.

Предложены и реализованы два алгоритма численного решения задачи. Сравнение результатов их применения позволяет контролировать погрешность алгоритмов.

Для случая постоянных температур вдоль поверхности конденсации предложено точное аналитическое решение задачи.

двухфазный термосифон, конденсация, ламинарное течение, коэффициент теплоотдачи, численное решение, аналитическое решение.

Введение

Вопросам определения теплоотдачи трубами конденсатора посвящен ряд работ [1–3]. Актуальность таких работ продиктована, в частности, потребностями эффективного охлаждения полупроводниковых приборов большой мощности. Вместе с тем вопросу оценки теплоотдачи наклонными трубами конденсатора отводится недостаточно внимания. Целью данной работы является восполнение этого пробела.

1 Постановка задачи

Разыскивается поле толщин пленки конденсата $\delta(\varphi, z)$ в двумерной области Ω , лежащей на внутренней поверхности цилиндрической трубы (на желобе) $r = R_0$, $\Omega = \{\Phi_0 \leq \varphi \leq \Phi_1, Z_0 \leq z \leq Z_1\}$, $\Phi_0 > 0$, $\Phi_1 > \pi$. Ось цилиндра Oz отклонена от вертикали на угол $\beta + \pi/2$ ($0 < \beta < \pi/2$) и направлена в сторону уменьшения высоты над горизонтом. Угол φ отмеряется от верхней образующей цилиндра. Процессы считаются симметричными по координате φ . Выбранные координатные переменные и их границы гарантируют течение конденсата под действием гравитационных сил в направлении роста обеих координат. Два из четырех участков границы желоба ($\Gamma_{\Phi_0} = \{\varphi = \Phi_0, Z_0 \leq z \leq Z_1\}$ и $\Gamma_{Z_0} = \{z = Z_0, \Phi_0 \leq \varphi \leq \Phi_1\}$) уместно назвать входными, тогда как два других ($\Gamma_{\Phi_1} = \{\varphi = \Phi_1, Z_0 \leq z \leq Z_1\}$, $\Gamma_{Z_1} = \{z = Z_1, \Phi_0 \leq \varphi \leq \Phi_1\}$) – выходными.

Уравнение теплового баланса для пленки конденсата выводится согласно методике, приведенной в [3], и имеет вид

$$\left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\cos \varphi}{3} \right) \times \delta(\varphi, z) - A \frac{\Theta(\varphi, z)}{\delta^3(\varphi, z)} = 0. \quad (1)$$

Здесь $p = 1 / (R_0 \tan \beta)$, $A = \lambda v R_0 / ((\rho_1 - \rho_0) \times g r_0 \cos \beta)$; λ, v, ρ_1 – соответственно молекулярная теплопроводность, кинематическая вязкость и плотность конденсата, T_0, ρ_0 – соответственно температура и плотность пара, g – ускорение силы тяжести, r_0 – удельная теплота парообразования, $\Theta(\varphi, z) = T_0 - T(\varphi, z)$ – превышение температуры пара T_0 над заданной температурой внутренней поверхности стенки желоба $T(\varphi, z)$. Краевые условия

$$\delta(\varphi, Z_0) = u(\varphi), \quad \Phi_0 \leq \varphi \leq \Phi_1; \quad (2)$$

$$\delta(\Phi_0, z) = v(z), \quad Z_0 \leq z \leq Z_1 \quad (3)$$

задают толщины пленки соответственно на входных участках границ желоба Γ_{Z_0} и Γ_{Φ_0} , причем $u(\varphi) > 0$, $v(z) > 0$, $u(\Phi_0) = v(Z_0)$.

Построить точное аналитическое решение задачи (1) – (3) при произвольной функции $T(\varphi, z)$ не представляется возможным.

При решении поставленной задачи интерес представляет не только поле толщин конденсата, но и численная оценка интеграла

$$\bar{\alpha} = \frac{\lambda}{\Delta \Phi \cdot \Delta Z} \int_{\Phi_0}^{\Phi_1} d\varphi \int_{Z_0}^{Z_1} dz \cdot \frac{1}{\delta(\varphi, z)},$$

дающего среднее значение коэффициента теплоотдачи при конденсации пара на внутренней поверхности желоба, при этом $\Delta \Phi = \Phi_1 - \Phi_0$, $\Delta Z = Z_1 - Z_0$.

2 Первый способ решения

Для построения приближенного решения задачи методом сеток представляется удобным ввести новую искомую функцию $\gamma(\varphi, z) = \delta^4(\varphi, z)$, что приводит к замене уравнения (1) уравнением

$$\left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{4 \cos \varphi}{3} \right) \times \gamma(\varphi, z) - 4A\Theta(\varphi, z) = 0. \quad (4)$$

Покрывающая область Ω сетка с узлами (φ_p, z_i) , $\Phi_0 = \varphi_0 < \varphi_1 < \dots < \varphi_{I-1} < \varphi_I = \Phi_1$, $Z_0 = z_0 < z_1 < \dots < z_{J-1} < z_J = Z_1$ позволяет заменить дифференциальное уравнение (4) конечно-разностным соотношением

$$\begin{aligned} \gamma_{i+1, j+1} = & -\gamma_{ij} - \gamma_{i+1, j} - \gamma_{i, j+1} + \\ & + 6 \frac{(\gamma_{ij} + \gamma_{i+1, j})\Delta\varphi + (\gamma_{ij} + \gamma_{i, j+1})}{3\Delta\varphi + 3p \sin \hat{\varphi}_i \Delta z} \rightarrow \\ & \rightarrow \frac{p \sin \hat{\varphi}_i \Delta z + 4A\Theta(\hat{\varphi}_i, \hat{z}_j) p \Delta\varphi \Delta z}{+ 2p \cos \hat{\varphi}_i \Delta\varphi \Delta z}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\gamma_{ij} = \gamma(\varphi_p, z_i)$, $\hat{\varphi}_i = \frac{1}{2}(\varphi_i + \varphi_{i+1})$, $\hat{z}_j = \frac{1}{2}(z_j + z_{j+1})$. С использованием известных краевых значений $\gamma_{i0} = u^4(\varphi_i)$, $\gamma_{0j} = v^4(z_j)$, соотношение (5) позволяет последовательно найти γ_{kl} при $k + l = 2, 3, \dots, I + J$ ($1 \leq k \leq I$, $1 \leq l \leq J$). Средний интегральный коэффициент теплоотдачи может быть оценен по формуле

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} \approx & \frac{\lambda}{4\Delta\Phi \cdot \Delta Z} \times \\ & \times \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (\gamma_{i-1, j-1}^{-1/4} + \gamma_{i, j-1}^{-1/4} + \gamma_{i-1, j}^{-1/4} + \gamma_{ij}^{-1/4}) \times \\ & \times (\varphi_i - \varphi_{i-1})(z_j - z_{j-1}). \end{aligned}$$

3 Второй способ решения

Согласно методике [4], решение задач (4), (2) – (3) сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\tilde{\varphi}(z)}{dz} = p \sin \tilde{\varphi}(z); \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\gamma}(z)}{dz} = & 4p \times \\ & \times \left(A\Theta(\tilde{\varphi}(z), z) - \frac{\cos \tilde{\varphi}(z)}{3} \tilde{\gamma}(z) \right), \end{aligned} \quad (7)$$

в которой независимая переменная φ и искомая функция $\gamma(\varphi, z)$ заменены искомыми функциями $\tilde{\varphi}(z)$ и $\tilde{\gamma}(z)$ одной независимой переменной z .

Решение уравнения (6):

$$\tilde{\varphi}(z) = f_0(\varphi_0, z_0, z), \quad (8)$$

где $f_0(x, y, z) = 2 \arctan(\tan(x/2) \exp(p(z-y)))$, представляет траекторию движения струи конденсата по поверхности желоба вдоль линий скала от стартовой точки $(\varphi_0, z_0) \in \Gamma_{\varphi_0} \cup \Gamma_{z_0}$. Множество струй, движущихся с таких стартовых точек, полностью покрывают область Ω .

Семейство задач Коши для определения толщины струи содержит задачи, каждая из которых состоит из уравнения (7), в которое подставлена функция $\tilde{\varphi}(z)$ из (8), и начального условия $\tilde{\gamma}(z_0) = \gamma_0$, в котором

$$\begin{aligned} \gamma_0 = & a_0(\varphi_0, z_0); \\ a_0(\varphi_0, z_0) = & \begin{cases} u^4(\varphi_0), & \text{если } z_0 = Z_0 \\ v^4(z_0), & \text{если } \varphi_0 = \Phi_0 \end{cases}. \end{aligned}$$

Для каждого элемента этого семейства уместно ввести обозначение $\tilde{\gamma}(z) = h(\varphi_0, z_0, z)$, $\tilde{\delta}(z) = h^{1/4}(\varphi_0, z_0, z)$. Коэффициент теплоотдачи оценивается по формуле

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} = & \frac{\lambda}{\Delta\Phi \cdot \Delta Z} \times \\ & \times \left(\int_{\Phi_0}^{\Phi_1} d\varphi \int_{z_0}^{\zeta_1(\varphi)} d\eta \frac{f_1(\varphi, Z_0, \eta)}{\sqrt[4]{h(\varphi, Z_0, \eta)}} + \right. \\ & \left. + \int_{z_0}^{Z_1} dz \int_z^{Z_1} d\eta \frac{f_2(\Phi_0, z, \eta)}{\sqrt[4]{h(\Phi_0, z, \eta)}} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

если $f_0(\Phi_0, Z_0, Z_1) \leq \Phi_1$, и

$$\bar{\alpha} = \frac{\lambda}{\Delta\Phi \cdot \Delta Z} \times \quad (10)$$

$$\times \left(\int_{\Phi_0}^{\Phi_1} d\varphi \int_{Z_0}^{\psi(\Phi_0, Z_0)} d\eta \frac{f_1(\varphi, Z_0, \eta)}{\sqrt[4]{h(\varphi, Z_0, \eta)}} + \int_{Z_0}^{Z_1} dz \int_z^{\zeta_2(z)} d\eta \frac{f_2(\Phi_0, z, \eta)}{\sqrt[4]{h(\Phi_0, z, \eta)}} \right),$$

если $f_0(\Phi_0, Z_0, Z_1) \geq \Phi_1$.

Применены обозначения:

$$\zeta_1(\varphi) = \min(Z_1, \psi(\varphi, Z_0)),$$

$$\zeta_2(z) = \min(Z_1, \psi(\Phi_0, z)),$$

$$\psi(\varphi, z) = z + \frac{1}{p} \ln \left(\cot \frac{\varphi}{2} \tan \frac{\Phi_1}{2} \right);$$

$$f_1(x, y, z) = \frac{\partial f_0(x, y, z)}{\partial x};$$

$$f_2(x, y, z) = \frac{\partial f_0(x, y, z)}{\partial y}.$$

Формулы (9), (10) удобны в случае, когда функция $h(\varphi_0, z_0, z)$ для каждой заданной тройки чисел $(\varphi_0, z_0, \gamma_0)$ находится численно, методом Рунге – Кутта, количество принятых во внимание струй является конечным, как и количество узловых точек на каждой струе.

4 Тестовое аналитическое решение

В случае, когда величина $\Theta(\varphi, z)$ является постоянной, $\Theta(\varphi, z) \equiv \Theta_0$, задача Коши для уравнения (7) допускает точное аналитическое решение:

$$h(\varphi_0, z_0, z) = \left(1 + \exp(2p(z - z_0)) \tan^2 \left(\frac{\Phi_0}{2} \right) \right)^{\frac{4}{3}} \times$$

$$\times \left(3A\Theta_0 \cdot {}_2F_1 \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, -\exp(2p(z - z_0)) \right) \times \right. \\ \times \tan^2 \left(\frac{\Phi_0}{2} \right) \left. \right) + \exp \left(-\frac{4}{3} p(z - z_0) \right) \times \\ \times \left(\mu(\varphi_0, z_0) \cos^{\frac{8}{3}} \left(\frac{\Phi_0}{2} \right) - 3A\Theta_0 \times \right. \\ \times {}_2F_1 \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, -\tan^2 \left(\frac{\Phi_0}{2} \right) \right) \left. \right), \quad (11)$$

${}_2F_1(x, y, z, t)$ – гипергеометрическая функция. Поскольку доступ к таким функциям имеется не из всех систем программирования, может оказаться полезным представление искомой функции в виде начального отрезка ряда Тейлора в окрестности точки $z = z_0$:

$$h(\varphi_0, z_0, z) \approx \sum_{n=0}^N a_n(\varphi_0, z_0)(z - z_0)^n. \quad (12)$$

Ниже представлены выражения для нескольких младших коэффициентов суммы (12):

$$a_1(\varphi_0, z_0) = \frac{4p}{3} (3A\Theta_0 - a_0(\varphi_0, z_0) \cos \varphi_0);$$

$$a_2(\varphi_0, z_0) = -\frac{p^2}{9} (24A\Theta_0 \cos \varphi_0 - a_0(\varphi_0, z_0)(7 + \cos(2\varphi_0)));$$

$$a_3(\varphi_0, z_0) = \frac{p^3}{81} (24A\Theta_0(5 - \cos(2\varphi_0)) - a_0(\varphi_0, z_0)(33 \cos \varphi_0 - \cos(3\varphi_0)));$$

$$a_4(\varphi_0, z_0) = -\frac{p^4}{1944} (48A\Theta_0 \cos \varphi_0 (11 + 5 \cos(2\varphi_0)) - a_0(\varphi_0, z_0)(231 + 20 \cos(2\varphi_0) + 5 \cos(4\varphi_0)));$$

$$a_5(\varphi_0, z_0) = \frac{p^5}{7290} (24A\Theta_0(39 - 2\cos(2\varphi_0)) - 5\cos(4\varphi_0)) - a_0(\varphi_0, z_0)(256\cos\varphi_0 + 5\cos(3\varphi_0) - 5\cos(5\varphi_0));$$

$$a_6(\varphi_0, z_0) = -\frac{p^6}{262440} (48A\Theta_0\cos\varphi_0 \times (171 - 98\cos(2\varphi_0) + 55\cos(4\varphi_0)) - a_0(\varphi_0, z_0)(1792 + 321\cos(2\varphi_0) - 120\cos(4\varphi_0) + 55\cos(6\varphi_0)));$$

$$a_7(\varphi_0, z_0) = \frac{p^7}{5511240} (24A\Theta_0(1262 - 399\cos(2\varphi_0) + 546\cos(4\varphi_0) - 385\cos(6\varphi_0)) - a_0(\varphi_0, z_0)(8773\cos\varphi_0 - 1281\cos(3\varphi_0) + 1085\cos(5\varphi_0) - 385\cos(7\varphi_0))).$$

Результат применения формулы (12) для нескольких младших значений N показан

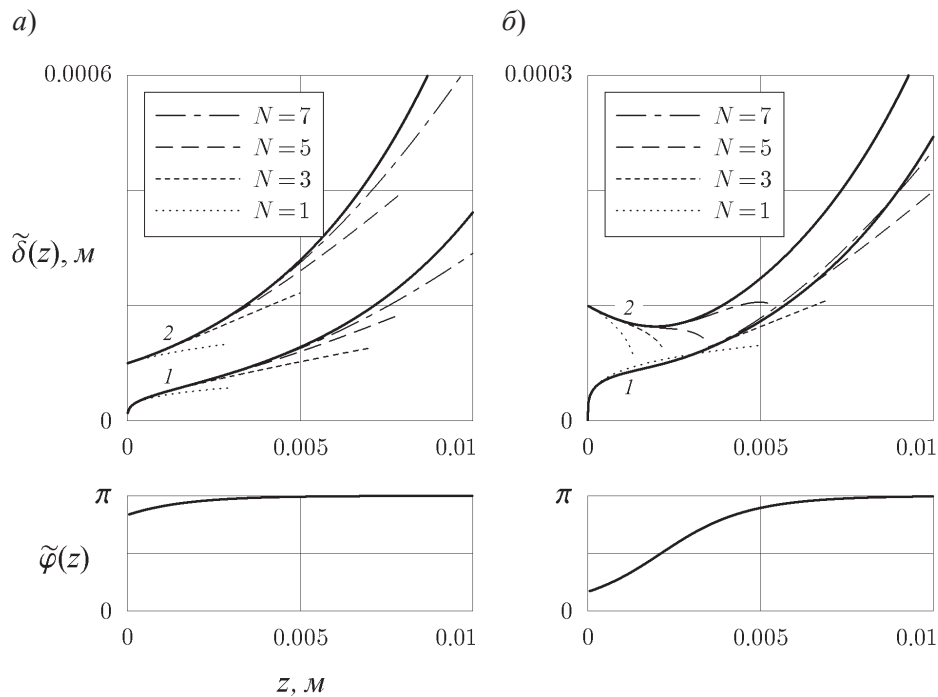
на рис. 1 прерывистыми линиями. Точное представление (11) выражено сплошными линиями. Параметры, примененные при расчете: $R_0 = 6$ мм, $\Theta_0 = 30$ °К, $\beta = 15^\circ$, $\varphi_0 = 30^\circ$ для части (а), $\varphi_0 = 150^\circ$ для части (б).

Заключение

1. Предложена методика приближенной оценки среднего значения коэффициента теплоотдачи при конденсации пара на внутренней поверхности желоба, смоченной конденсатом.

2. Рассмотрены два алгоритма приближенного численного построения поля толщин конденсата на поверхности желоба. Близость численных результатов применения двух алгоритмов может служить подтверждением их верности.

3. Построено точное аналитическое решение задачи для случая постоянного превышения температуры пара над температурой внутренней поверхности желоба.



Зависимость толщины струи конденсата от ее протяженности вдоль оси OZ

4. Получено приближенное аналитическое решение задачи для малых осевых размеров желоба.

Библиографический список

1. **Исследование** теплоотдачи при конденсации водяного пара внутри вертикальной трубы / В. П. Исаченко, А. П. Солодов, М. А. Тирунараянан // Сб. Теплообмен и гидравлическое со-

противление. Труды МЭИ. – 1965. – Вып. 63. – С. 97–106.

2. **Конденсация** пара на ламинарной плоской струе жидкости / А. П. Солодов // Теплоэнергетика. – 1971. – № 7. – С. 50–53.

3. **Элементарные модели** теплообмена при конденсации / А. П. Солодов, Е. В. Ежов. – М. : Изд-во МЭИ, 2006. – 51 с.

4. **Лекции** по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И. Г. Петровский. – М. : Наука, 1970. – 279 с.