

нию $m_{H_{исх}} = 4$ мм. Отметим: заданная точность обеспечивается нивелированием III класса, если длина тоннеля не превышает 1,8 км.

Заключение

Исходя из величины критической деформации тоннеля, равной 50 мм, в статье приведено обоснование того, что пункты плановой геодезической мониторинговой сети должны определяться с погрешностями 4 мм. Положение деформационных марок предложено определять полярным способом с помощью электронного тахеометра. СКП полярного способа – 4,0 мм. Рассмотрены вопросы предрасчета точности геодезических измерений при определении смещений в вертикальной плоскости. Сформулированы требования

к точности создания высотной сети (4 мм), точности выполнения линейных (23,6 мм) и угловых (5,8") измерений при определении высот методом тригонометрического нивелирования.

Библиографический список

1. **СНиП 11-72–81**. Строительство в сейсмических районах. – Введ. 1982-01-01. – Москва : Минстрой России, 1995. – 11 с.
2. **СНиП 32-04–97**. Тоннели железнодорожные и автодорожные: – Введ. 1998-01-01. – Москва : ГУП ЦПП, 1997. – 22 с.
3. **Клюшин Е. Б.** Инженерная геодезия : учебник для вузов / Е. Б. Клюшин, М. И. Киселев, Д. Ш. Михелев, В. Д. Фельдман. – Москва : Изд. дом «Академия», 2004. – 480 с.

УДК 519.872.2

С. И. Гиндин, А. Д. Хомоненко

Петербургский государственный университет путей сообщения

С. Е. Ададунов

ОАО «Росжелдорпроект»

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ МНОГОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С РЕКУРРЕНТНЫМ ВХОДЯЩИМ ПОТОКОМ И «РАЗОГРЕВОМ»

Для многоканальных систем массового обслуживания типа $N2/M/M/n$ с гиперэкспоненциальным распределением длительности интервалов между смежными заявками и «разогревом» предлагается расчетная схема вычисления стационарного распределения числа заявок в системе. Приводятся диаграммы переходов и матрицы переходов между микросостояниями системы. Рассматриваются примеры численных расчетов стационарного распределения числа заявок в системе для различных значений коэффициента вариации входящего потока заявок, а также для различных значений интенсивности «разогрева».

система массового обслуживания «с разогревом», гиперэкспоненциальная аппроксимация входящего потока, распределение вероятностей числа заявок.

Введение

Модели многоканальных систем массового обслуживания (СМО) широко используются при исследовании оперативности функционирования сложных систем, в том числе информационных. Основными параметрами

любой СМО являются характеристики потока заявок и механизма обслуживания заявок.

В зависимости от ключевого свойства СМО делятся на одноканальные и многоканальные системы; системы с отказом в обслуживании и системы с ожиданием заявок в очереди; однофазные и многофазные системы;

системы с гомогенными и гетерогенными узлами; системы с различными дисциплинами обслуживания заявок. Модели СМО различаются в зависимости от природы описываемых явлений по структуре основных параметров. Входящий поток требований к системе обычно описывается тем или иным статистическим распределением, среди которых можно выделить часто используемый, так называемый пуассоновский поток, характеризуемый отсутствием последствия, стационарностью и ординарностью. Для такого потока справедливо утверждение о том, что число заявок, поступивших в систему на любом интервале длины g , распределено по закону Пуассона с параметром λg . Таким образом, λ является параметром пуассоновского потока. Это означает также, что время до первого поступления заявки распределено по экспоненциальному закону с параметром λ .

Широко распространенными моделями являются модели $M/M/1/\infty$ и $M/M/n/\infty$ с неограниченной очередью, представляющие соответственно одноканальную и многоканальную системы с пуассоновским входящим потоком и экспоненциальным распределением длительности обслуживания [1]. Слабой стороной подобных моделей является строгость ограничений свойств реальной физической системы; как следствие, возможность применения СМО ограничена. Марковские модели не подходят для описания большого количества практических задач. Наибольший интерес представляют модели многоканальных немарковских СМО, хорошо описывающие функционирование, например, компонентов информационных систем [2–3].

Для разработки методов нахождения оптимальных дисциплин управления информационными системами могут быть использованы модели СМО с «разогревом». Под «разогревом» понимается некоторая дополнительная работа системы по активизации в режиме обслуживания свободной системы при поступлении в нее первой заявки. В основе данного класса систем лежат более сложно описываемые характеристики основных параметров СМО: входящий поток заявок может быть ре-

куррентным либо иметь произвольные стохастические свойства.

В задачах, решаемых с применением теории массового обслуживания, в основном предполагается, что СМО после обслуживания (или прерывания обслуживания) по одному требованию сразу приступает к обслуживанию по очередному, хотя на практике встречается немало систем, в которых это предположение не реализуется, например облачная компьютерная система, работающая в режиме разделения времени. В таком случае после прерывания одной программы происходит запись ее данных и чтение данных очередной программы.

Подобные системы относятся к классу СМО с «разогревом». Считается, что в такой модели обслуживающий узел и поступающие на него заявки совмещены, а периоду «разогрева» (переключения, переналадки) придается физический смысл и свойственна математическая формализация, которые соответствуют времени передвижения обслуживающего узла от одной заявки к другой по некоторому пути. Существенно то, что после обслуживания одного объекта затрачивается время на переход к следующему. В данной статье обобщаются результаты работ [4–5], касающиеся расчета многоканальных немарковских СМО с «разогревом» на основе использования аппроксимации с помощью распределений фазового типа.

Согласно [6], произвольное распределение длительности некоторой случайной величины можно представить смесью экспоненциальных фаз или распределением фазового типа (гиперэкспоненциальным, Эрланга или Кокса). Преимуществом такого представления является то, что при этом обеспечивается удобство сведения случайного процесса к марковскому и легкость составления и решения системы уравнений, описывающей поведение соответствующей модели. Параметры аппроксимирующего распределения могут быть вещественными или комплексно сопряженными [7, 8], при этом вероятности состояний исследуемой системы являются вещественными.

Примеры прикладного использования распределений фазового типа приводятся в [2, 3, 8, 9, 10]. Такой подход получил широкое применение при исследовании немарковских многоканальных систем массового обслуживания (см., например, [7]). В данной работе в качестве аппроксимирующего распределения рассматривается гиперэкспоненциальное распределение с двумя фазами H_2 .

1 Диаграмма переходов многоканальной СМО $H_2/M/M/n$

Состояния многоканальных немарковских СМО при моделировании удобно представлять в виде совокупности микросостояний, в которых находится система. Микросостояния – это всевозможные состояния системы в произвольный момент времени в процессе ее жизни.

На рис. 1 приведена диаграмма переходов для СМО типа $H_2/M/M/n$ – с гиперэкспоненциальным распределением длительности интервалов между смежными заявками входящего потока. Эта модель непосредственно обобщает вариант модели марковской многоканальной СМО с «разогревом», предложенной в [6].

На рис. 1 гиперэкспоненциальное распределение H_2 имеет параметры: λ_1 и λ_2 – интенсивность потоков входящих заявок соответствующих фаз; a_1 – вероятность выбора первой фазы; $a_2 = 1 - a_1$ – вероятность выбора второй фазы; параметры μ_p и μ задают интенсивность перехода по «разогреву» системы и обслуживания заявки соответственно.

Крайний левый столбец на диаграмме показывает текущее число заявок в системе. Числа слева обозначают ярусы, различные ярусы соответствуют наборам состояний системы, которые возникают при различном

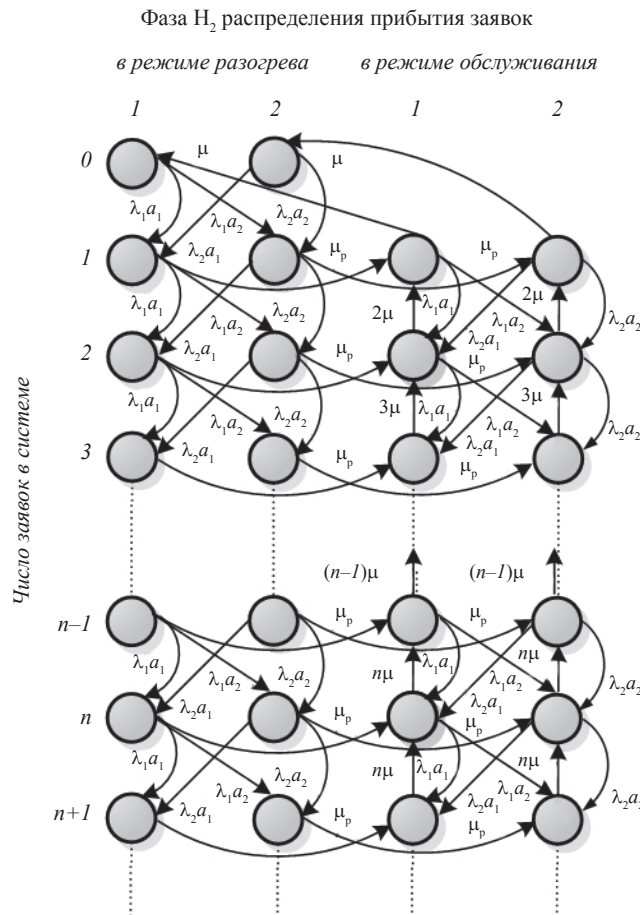


Рис. 1. Диаграмма переходов для системы $H_2/M/M/n$

количестве заявок. При полной занятости (на ярусах с номерами больше n – числа каналов) диаграмма стабилизируется на всех нижележащих ярусах. Для иного числа каналов диаграммы переходов строятся аналогично.

Приведем формулы расчета параметров распределения H_2 по его первому моменту \tilde{f}_1 и коэффициенту вариации v_A . Запишем выражения для математического ожидания и дисперсии:

$$\frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2} = \tilde{f}_1;$$

$$2 \left(\frac{a_1}{\lambda_1^2} + \frac{a_2}{\lambda_2^2} \right) - \left(\frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{\lambda_2} \right)^2 = \tilde{f}_2.$$

Тогда, полагая a_1 и a_2 известными, пользуясь соотношением $a_2 = 1 - a_1$ и выражая одно неизвестное через другое, находим выражения для обратных величин коэффициентов λ_1 и λ_2 :

$$\frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{a_1} \left(\tilde{f}_1 - \frac{1 - a_1}{\lambda_2} \right);$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{2 - a_1} \times$$

$$\times \left(\tilde{f}_1 \pm \sqrt{\frac{(2 - a_1)(\tilde{f}_1^2(4 - a_1) - \tilde{f}_2 a_1) - 2}{2(1 - a_1)}} \right).$$

Вариант решения для λ_2 при работе с вещественными параметрами записывается с плюсом, а при работе с комплексно-сопряженными параметрами – с минусом.

2 Расчет вероятностных характеристик СМО

Выполним расчет СМО $H_2/M/M/n$ для случая $n = 3$. Ниже представлены матрицы переходов для системы $H_2/M/M/3$, показана схема итерационного метода расчета стационарного распределения числа заявок в системе и его программная реализация общего вида по

матрицам переходов системы. Для модели $H_2/M/M/3$ выполнены численные расчеты.

2.1 Построение матриц переходов

Обозначим S_j множество всех микросостояний системы, когда на обслуживании находится ровно j заявок, а σ_j – количество элементов в S_j . Определим матрицы переходов внутри системы:

$A_j [\sigma_j \times \sigma_{j+1}]$ – в S_j (поступление заявки);

$B_j [\sigma_j \times \sigma_{j-1}]$ – в S_{j-1} (полное завершение обслуживания заявки);

$C_j [\sigma_j \times \sigma_j]$ – в S_j (конец промежуточной фазы обслуживания);

$D_j [\sigma_j \times \sigma_j]$ – уход из состояний яруса j (диагональная матрица).

Матрицы переходов можно построить по диаграмме переходов между микросостояниями системы.

Для СМО $H_2/M/M/3$ матрицы переходов имеют следующий вид:

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_1 \lambda_1 & a_2 \lambda_1 & 0 & 0 \\ a_1 \lambda_2 & a_2 \lambda_2 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} a_1 \lambda_1 & a_2 \lambda_1 & 0 & 0 \\ a_1 \lambda_2 & a_2 \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 \lambda_1 & a_2 \lambda_1 \\ 0 & 0 & a_2 \lambda_1 & a_2 \lambda_2 \end{bmatrix},$$

$$A_j = A_1, \quad j > 1;$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mu & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu \end{bmatrix},$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3\mu \end{bmatrix},$$

$$B_j = B_3, \quad j > 3;$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_j = C_1, \quad j > 1;$$

$$D_0 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 + \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 + \mu \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 + 2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 + 2\mu \end{bmatrix},$$

$$D_3 = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 + 3\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 + 3\mu \end{bmatrix},$$

$$D_j = D_3, \quad j > 3.$$

При $j > n$ (n – число каналов) матрицы перестают меняться.

Введём векторы-строки $\gamma_j = \{\gamma_{j,1}, \gamma_{j,1}, \dots, \gamma_{j,\sigma_j}\}$ нахождения СМО в стоянии (j, i) , $j = 0, 1, \dots$. Тогда можно записать векторно-матричные уравнения баланса переходов между состояниями:

$$\begin{aligned} \gamma_0 D_0 &= \gamma_0 C_0 + \gamma_1 B_1; \\ \gamma_j D_j &= \gamma_{j-1} A_{j-1} + \gamma_j C_j + \gamma_{j+1} B_{j+1}, \quad (1) \\ j &= 1, 2, \dots \end{aligned}$$

2.2 Итерационный алгоритм расчёта

Система уравнений (1) характеризуется чрезвычайно высокой размерностью, при которой методы решения систем линейных алгебраических уравнений оказываются неэффективными. Поэтому применяются численные методы – итерационный и матрично-геометрической прогрессии [2]. Метод матрично-геометрической прогрессии гораздо более трудоёмкий, хотя и обеспечивает скорейшую сходимость итераций. Ввиду отсутствия требований к оперативности и относительной простоте реализации в данной работе использовался итерационный метод расчёта СМО. Метод предложен японскими учёными Такахаси и Таками [11] и детально проработан в [2, 3, 7, 12, 13]. Ниже рассматривается схема этого метода.

Положим, что $g_j = \gamma_j / p_j$, где p_j – суммарная вероятность наличия в системе ровно j заявок, и обозначим

$$x_j = p_{j+1} / p_j, \quad z_j = p_{j-1} / p_j. \quad (2)$$

Тогда систему (1) можно переписать относительно векторов условных вероятностей $\{g_j\}$, нормированных по отношению к единице в пределах яруса:

$$\begin{aligned} g_0 D_0 &= g_0 C_0 + x_0 g_1 B_1; \\ g_j D_j &= z_j g_{j-1} A_{j-1} + g_j C_j + x_j g_{j+1} B_{j+1}, \quad (3) \\ j &= 1, 2, \dots \end{aligned}$$

С помощью векторов-столбцов $1_j = \{1, 1, \dots, 1\}^T$ размера σ_j для всех j дополняющие систему (3) уравнения нормировки

$$g_j 1_j = 1 \quad (4)$$

и баланса суммарных интенсивностей переходов между смежными ярусами

$$g_j A_j 1_{j+1} = x_j g_{j+1} B_{j+1} 1_j. \quad (5)$$

Алгоритм расчёта набора векторов $\{g_j\}$ и чисел $\{x_j\}$ и $\{z_j\}$, удовлетворяющих соотношениям (3)–(5), в случае разомкнутой системы с неограниченной очередью опирается на существование предельного вектора условных вероятностей $g_\infty = \lim_{j \rightarrow \infty} g_j$, которое является следствием стабилизации матриц интенсивности при $j > n$. Алгоритм основан на последовательном приближении к искомым характеристикам для ограниченного множества индексов $j = \overline{1, N}$ и по существу является блочным вариантом известного метода Гаусса – Зейделя.

Перепишем уравнения системы (3) для $j \geq 1$ в виде

$$\begin{aligned} g_j^{(m)}(D_j - C_j) &= \\ &= z_j^{(m)} g_{j-1}^{(m-1)} A_{j-1} + x_j^{(m)} g_{j+1}^{(m)} B_{j+1}, \\ J &= 1, 2, \dots, \end{aligned}$$

где верхний индекс показывает номер итерации. Тогда можем записать:

$$g_j^{(m)} = z_j^{(m)} \beta_j' + x_j^{(m)} \beta_j'', \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_j' &= g_{j-1}^{(m-1)} A_{j-1} (D_j - C_j)^{-1}; \\ \beta_j'' &= g_{j+1}^{(m)} B_{j+1} (D_j - C_j)^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

При $j = N$ считается, что

$$\beta_N'' = g_{N-1}^{(m-1)} B_N (D_N - C_N)^{-1}. \quad (8)$$

Для расчёта $\{x_j^{(m)}\}$ и $\{z_j^{(m)}\}$ перепишем (5) с учётом (6):

$$(z_j^{(m)} \beta_j' + x_j^{(m)} \beta_j'') A_j 1_{j+1} = x_j^{(m)} t_{j+1}^{(m)} B_{j+1} 1_j;$$

отсюда следует пропорциональность

$$z_j^{(m)} = c x_j^{(m)} \quad (9)$$

с коэффициентом

$$c = \frac{t_{j+1}^{(m)} B_{j+1} 1_j - \beta_j'' A_j 1_{j+1}}{\beta_j' A_j 1_{j+1}}. \quad (10)$$

В этой и последующих формулах произведения матриц переходов на векторы 1_j равны суммам строк и вычисляются до начала итераций.

Подстановка (9) в (6) и умножение обеих частей на 1_j дают

$$1 = g_j^{(m)} 1_j = x_j^{(m)} (c \beta_j' + \beta_j'') 1_j.$$

Итак,

$$x_j^{(m)} = 1 / [(c \beta_j' + \beta_j'') 1_j]. \quad (11)$$

Условие прекращения итераций

$$\max_j |x_j^{(m)} - x_j^{(m-1)}| \leq \varepsilon.$$

В качестве начальных приближений целесообразно задать $g_N^{(0)} = g_\infty$. Тогда существуют предельные значения отношений смежных вероятностей x и z , причём из (5) следует

$$x = g A 1_n / t B 1_n, \quad (12)$$

это означает, что стационарные вероятности с большими индексами образуют геометрическую прогрессию. Расчёты свидетельствуют о хорошей аппроксимации x формулой

$$x = \rho^{2/(v_A^2 + v_B^2)}, \quad (13)$$

где ρ – коэффициент загрузки системы; v_A , v_B – коэффициенты вариации интервалов между заявками входящего потока и времени обслуживания соответственно.

Максимальное число вероятностей N находится по формуле

$$N \approx n + (\lg 2 - s) / \lg(s),$$

где n – число каналов; при этом учитываются состояния, вероятность которых не превышает 10^{-s} .

Полагая x известным, как следствие (6) получаем предельное равенство

$$g = (x^{-1}gA + xgB)(B - C)^{-1} = \\ = g(x^{-1}A + xB)(D - C)^{-1} = gQ.$$

Обозначим $(Q - I)_1$ матрицу, полученную из $Q - I$ заменой её первой строки на единичную, и положим $\delta_1 = \{1, 0, 0, \dots, 0\}$. Тогда заведомо ясно, что $\det(Q - I) \neq 0$, и искомым вектор получается как решение системы линейных алгебраических уравнений

$$t(Q - I) = \delta_1. \quad (14)$$

В качестве начальных приближений к векторам $\{g_j\}$ в ходе описанных выше итераций, охватывающих все ярусы для $j \geq n$, следует воспользоваться решением системы (14) для x , найденных по формуле (13). На вышележащих ярусах можно принять все состояния равновероятными.

После прекращения итераций можно переходить к нахождению стационарных вероятностей. Из определения $\{x_j\}$ следуют равенства

$$p_{j+1} = p_j x_j. \quad (15)$$

С помощью закона сохранения заявок

$$\sum_{j=0}^{n-1} (n - j)p_j = n - b/a$$

получаем формулу для вероятности свободного состояния системы:

$$p_0 = \frac{n - b/a}{n + \sum_{j=1}^{n-1} (n - j) \prod_{i=0}^{j-1} x_i}.$$

Последующие вероятности для $j = \overline{1, N}$ определяются рекуррентно с помощью (15). При необходимости та же формула может быть применена для больших значений j с использованием $x_j = x_\infty$.

Практически все остальные характеристики СМО (среднее время ожидания начала об-

служивания и пребывания заявки в системе, дополнительная функция распределения времени пребывания заявки в системе, средняя длина очереди и т. д.) могут быть получены при помощи найденного по описанной выше схеме распределения вероятностей числа заявок.

2.3 Программная реализация

Рассмотренный алгоритм итерационного расчёта стационарного распределения числа заявок в системе был реализован с помощью программы. Исходными данными для программы являются:

- 1) интенсивность «разогрева» и обслуживания заявок μ_p и μ ;
- 2) коэффициент вариации v_A гиперэкспоненциального распределения и его моменты \tilde{f}_1 и \tilde{f}_2 ;
- 3) вероятность выбора первой фазы a_1 ;
- 4) значение вычислительной погрешности ε ;
- 5) количество вычисляемых вероятностей J_{\max} ;
- 6) число каналов n .

Программа расчета разработана на языке *Java* (версия 1.6). Выбор этой системы обусловлен ее популярностью и, следовательно, наличием в системе большого набора разнообразных внешних библиотек для работы с матрицами, которые взаимно тестируются по показателям производительности. В приведенной программе для работы с матрицами используется библиотека *JAMA*.

С помощью объектного подхода и абстракции алгоритмов работы с матрицами метод Такахаси и Таками реализован в общем виде и программа, с учетом изменений в значениях матриц переходов системы, может быть использована для расчета характеристик других видов распределений.

Начальные приближения для g находятся численно методом Гаусса до сближения итераций на $\varepsilon < 10^{-3}$.

Расчёт x_j проводится от нижележащих ярусов к вышележащим. Условием прекращения итераций является их сближение на $\varepsilon < 10^{-6}$, хотя при запуске программы точ-

ность может быть переопределена. Как показали расчёты, дальнейшее повышение точности не влияет на результат.

2.4 Примеры расчета вероятностных характеристик СМО

Для предложенной модели СМО выполнены расчеты стационарного распределения числа заявок в системе при различных значениях коэффициента вариации v_A и интенсивности «разогрева» μ_p .

На рис. 2 показано стационарное распределение числа заявок в системе $H_2/M/M/3$ с «разогревом» при различных значениях коэффициента вариации v_A . Расчет выполнен с использованием параметров: $\mu = 2,2$, $\mu_p = 1,5$, $f_1 = 0,6363$, $f_2 = 0,7939$, $a_1 = 0,6$.

Как видно из рис. 2, коэффициент вариации входящего потока существенным

образом влияет на распределение числа заявок в многоканальной немарковской СМО $H_2/M/M/3$ с «разогревом». В частности, с ростом значений коэффициента вариации v_A входящего потока в СМО стационарные вероятности большего числа заявок (для $j = 3, 4, \dots$) в ней заметно возрастают.

На рис. 3 показано распределение вероятностей числа заявок в системе $H_2/M/M/3$ с «разогревом» при различных значениях интенсивности «разогрева» μ_p (на рис. 3 μ_p). Расчет выполнен с параметрами: $\mu = 2,2$, $v_A = 1,5$, $f_1 = 0,5977$, $f_2 = 0,8039$, $a_1 = 0,6$.

Как видно из рис. 3, значение интенсивности «разогрева» также заметным образом влияет на распределение числа заявок в многоканальной немарковской СМО $H_2/M/M/3$ с «разогревом». При уменьшении значений интенсивности «разогрева» нагрузка системы начинает линейно нарастать.

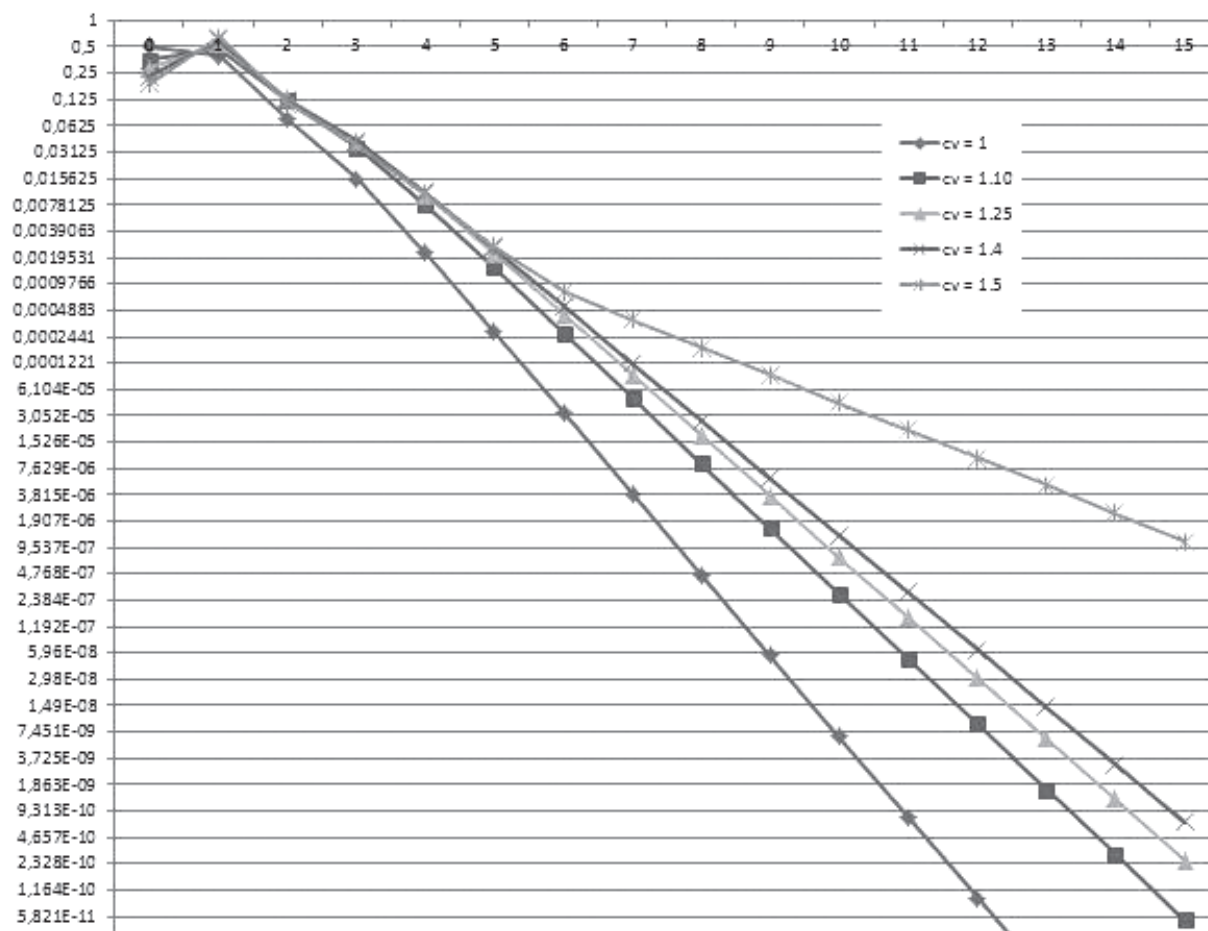


Рис. 2. Распределение числа заявок в СМО при различных значениях коэффициента вариации

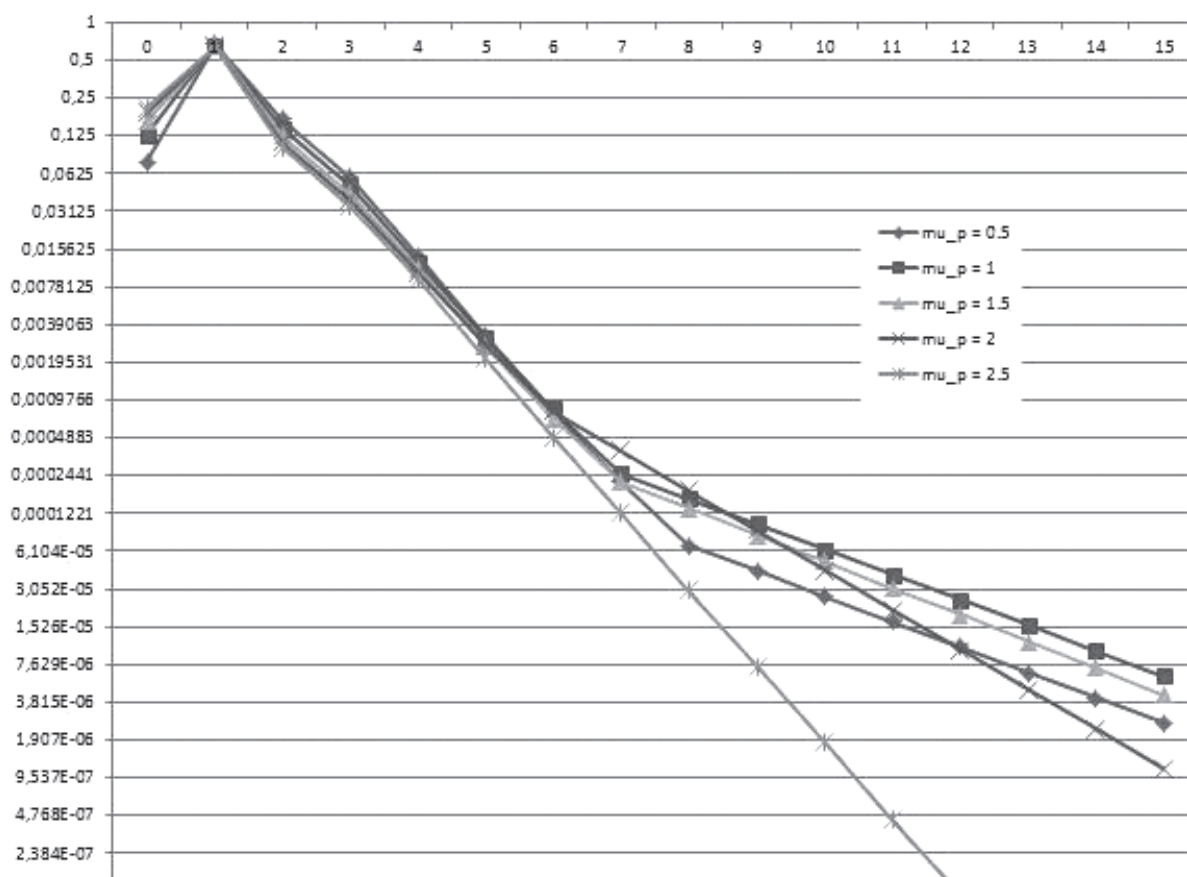


Рис. 3. Распределение числа заявок в СМО при различной интенсивности «разогрева»

Заключение

Приведенные расчеты показывают, что учет немарковского характера входящего потока заявок и «разогрева» в предложенной модели СМО $H_2/M/M/n$ с «разогревом» позволяют повысить точность расчета вероятностных характеристик.

Дальнейшие исследования предполагается продолжить в следующих направлениях:

1) расчет многоканальных немарковских СМО с комплексно-сопряженными параметрами аппроксимирующего гиперэкспоненциального распределения для расширения диапазона допустимых значений коэффициента вариации входящего потока от 0 до 1;

2) расчет представляющих наибольший интерес временных характеристик, таких как распределения времени ожидания заявок в очереди и пребывания в СМО (соответствующий подход предложен в [12]), распреде-

ление длин интервалов между заявками входящего потока (соответствующий подход предложен в [13] и использован при расчете сетей в [14]);

3) расчет многоканальных СМО при других аппроксимирующих распределениях длительности: «разогрева»; обслуживания заявок; интервалов между смежными заявками входного потока;

4) разработка прикладных моделей оценки оперативности функционирования сложных систем, например, облачных вычислений, распределенной обработки данных и др.

Библиографический список

1. Модели приоритетного обслуживания в информационно-вычислительных системах /

О. И. Бронштейн, М. М. Духовный. – Москва : Наука, 1976. – 220 с.

2. **Теория** очередей и управление запасами / Ю. И. Рыжиков. – Санкт-Петербург : Питер, 2001. – 384 с.

3. **Численные** методы анализа систем и сетей массового обслуживания / А. Д. Хомоненко. – Санкт-Петербург : МО СССР, 1991. – 179 с.

4. **Распределение** числа требований в системе массового обслуживания «с разогревом» / Ю. И. Рыжиков // Проблемы передачи информации. – 1973. – Т. IX. Вып. 1. – С. 88–97.

5. **Модель** оценки оперативности функционирования распределённых автоматизированных систем при интеграции данных / С. В. Калинин, А. Д. Хомоненко // Бюллетень результатов научных исследований : электронный научный журнал. – Санкт-Петербург : Петербургский гос. ун-т путей сообщения, 2012. – Вып. 5 (4). – С. 47–57.

6. **A use of complex probabilities in the theory of stochastic processes** / D. R. Cox / Proc. Camb. Phil. Soc. – 1955. – V. 51, № 2. – Pp. 313–319.

7. **Итерационный** метод расчёта многоканальных систем с произвольным законом обслуживания / Ю. И. Рыжиков, А. Д. Хомоненко // Проблемы управления и теории информации. – 1980. – Т. 9, № 3. – С. 32–38.

8. **Теория** восстановления. Немарковские задачи теории надежности / В. А. Смагин. – Москва : МО СССР, 1982. – 269 с.

9. **Software Reliability Model with Coxian Distribution of Length of Intervals Between Errors Detection and Fixing Moments** / Bubnov, V. P., Khomonenko, A. D., Tyuva, A. V. // *Proceedings of 35th Annual IEEE Computer Software and Applications Conference*. – Munich, 2011. – С. 310–314.

10. **Оценка** оперативности автоматической рубрикации документов с помощью модели нестационарной системы обслуживания с эрланговским распределением длительности интервалов между запросами / А. Д. Хомоненко, С. А. Краснов, А. С. Еремин // Проблемы информационной безопасности. Компьютерные системы. – 2012. – № 3. – С. 14–21.

11. **Takanashi, Y., Takami, Y.** (1976). Journal of the operations research society of Japan, 19 (2), 147–157.

12. **Распределение** времени ожидания в системах массового обслуживания типа GIq/Hk/n/R $\leq\infty$ / А. Д. Хомоненко // А и Т. – 1990. – № 8. – С. 91–98.

13. **Выходящий** поток в системах массового обслуживания типа Hk/Hk/n/R $\leq\infty$ / А. Д. Хомоненко // А и Т. – 1989. – № 11. – С. 109–117.

14. **Расчет** разомкнутых немарковских цепей с преобразованием потоков / Ю. И. Рыжиков, А. Д. Хомоненко // Автоматика и вычислительная техника. – 1989. – № 3. – С. 15.

УДК 65.011.56:625.12

С. А. Дергачев, А. В. Журавлева

Петербургский государственный университет путей сообщения

А. К. Черных

Санкт-Петербургский военный институт внутренних войск МВД России

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЁТОВ ОБЪЁМОВ ЗЕМЛЯНЫХ МАССИВОВ НА ОСНОВЕ ФОРМУЛ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Обоснована возможность использования методов интегрального исчисления для расчёта объёмов земляных массивов. Предлагаются математические зависимости для указанных расчётов. Указывается возможность повышения точности расчётов объёмов земляных массивов при использовании предлагаемых формул.

определение объёмов земляных работ, поперечные сечения переменной площади, определенный интеграл, призматойд, погрешности расчётов, повышение точности расчётов.