

УДК 621.314.21

**А. Я. Якушев, А. Г. Середа****КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ТЯГОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА С СЕКЦИОНИРОВАННЫМИ  
ВТОРИЧНЫМИ ОБМОТКАМИ**

Дата поступления: 22.12.2015

Решение о публикации: 28.02.2016

**Цель:** Адекватно воспроизвести переходные процессы в силовых цепях электроподвижного состава (ЭПС) при компьютерном моделировании рабочих режимов ЭПС переменного тока. **Методы:** Рассмотрен способ компьютерного моделирования тягового трансформатора с секционированными вторичными обмотками, в котором применена форма записи дифференциальных уравнений в пространстве состояний. Использована методика расчета индуктивностей рассеяния обмоток тягового трансформатора, основанная на теории многообмоточных трансформаторов. **Результаты:** Получена компьютерная модель тягового трансформатора, учитывающая изменение магнитного поля рассеяния при дискретном переключении нагрузки секций тяговых обмоток. Подтверждены выражения для расчета индуктивности рассеяния обмоток трансформатора и взаимной индуктивности, учитывающей изменение магнитного поля рассеяния обмоток при дискретном переключении нагрузки секций тяговых обмоток. **Практическая значимость:** Моделирование электромагнитных процессов в силовых цепях ЭПС позволяет воспроизводить переходные процессы в силовых цепях ЭПС, экспериментальное исследование которых требует применения дорогостоящих измерительных комплексов или же экспериментальные исследования работы ЭПС невыполнимы в реальных условиях. Тяговый трансформатор важнейший компонент электрооборудования ЭПС переменного тока, от параметров которого существенно зависят режимы работы тяговых преобразователей и их энергетические характеристики.

Тяговый трансформатор, многообмоточный трансформатор, индуктивность рассеяния, пространство состояний, уравнение состояния.

**Aleksey Ya. Yakushev**, Cand. Sci. (Eng.), associate professor, professor, el\_tyaga@mail.ru; **\*Aleksandr G. Sereda**, postgraduate student, ag-sereda@mail.ru (Petersburg State Transport University) **COMPUTER SIMULATION OF A TRACTION TRANSFORMER WITH TAPPED SECONDARY COIL**

**Objective:** To reproduce adequately transient processes in power circuits of an electrically propelled vehicle in computer simulation of operating modes of alternating-current electrically propelled vehicles. **Methods:** A method for computer simulation of a traction transformer with tapped secondary coils in which recording format of differential equations into state space is considered. Applied was a method for calculating scattered inductions of traction transformer coils, based on multi-circuit-transformer theory. **Results:** A computer simulation of a traction transformer was obtained, taking into account changes to the stray magnetic field in case of discrete switching of loading of traction coils. Equations were confirmed for calculation of scattered induction of transformer coils and of mutual induction, which take into account changes to stray magnetic field of coils in case of discrete switching of loading of traction coils. **Practical importance:** Simulation of electromagnetic processes in electrically propelled vehicles' power circuits allows reproduction of transient processes in electrically propelled vehicles' power circuits, experimental study of which requires application of expensive measurement systems, or experimental study of electrically propelled vehicle operation is impossible in real conditions. A traction transformer is a crucial

component of an electric system of an alternating-current electrically propelled vehicle, and its parameters significantly influence operating regimes of traction transformers and their power characteristics.

Traction transformer, multi-circuit transformer, stray inductance, state space, state equation.

Статья описывает практическую реализацию теоретических положений, отображающих физические свойства многообмоточного трансформатора с одной сетевой обмоткой, рассмотренных в [8]. В качестве моделируемой системы выбран тяговый трансформатора ОНДЦЭ-5700/25-У2, применяемый на электровозах ВЛ65 и ЭП1. Для этого типа трансформатора напряжения короткого замыкания (табл. 1) [2] представлены в источниках наиболее полно. Предлагаемый способ компьютерного моделирования тягового трансформатора и методика определения параметров его обмоток применимы для других типов тяговых трансформаторов.

В основе компьютерной модели тягового трансформатора лежит его математическая модель в пространстве состояний (уравнения состояния и выхода, записанные в матричной форме) [4, 5]. Уравнения состояния и выхода являются результатом разрешения относительно производных системы дифференциальных уравнений первого порядка, описывающей работу  $n$ -обмоточного трансформатора [1, 3]. При переходе от собственной и взаимной индуктивности обмоток к индуктивности рас-

сеяния необходимо учесть их изменение при дискретном переключении нагрузки секций тяговых обмоток. Это изменение учитывается взаимной индуктивностью пары обмоток относительно индуктивности рассеяния обмоток, определенных для семи (по количеству моделируемых обмоток) опытов короткого замыкания трансформатора.

### Математическая модель тягового трансформатора с секционированными вторичными обмотками в пространстве состояний

Обозначим сетевую обмотку  $A-X$  символом 1, секцию вторичной обмотки  $a1-1$  символом 2, секцию вторичной обмотки  $1-2$  символом 3 и т. д (рис. 1).

Составим систему уравнений для шести опытов короткого замыкания пар обмоток (сетевой и одной из шести секций тяговых обмоток) и одного опыта короткого замыкания всех секций тяговых обмоток, соединенных последовательно, используя выражение (4) из [8]:

$$w^2 L_{k1s} = w^2 L_{\sigma 1} + \sum_{p=2}^n w_p^2 L'_{\sigma p};$$

$$\frac{1}{2\pi f} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{k12}^2 - (r_1' + r_2')^2} \\ \sqrt{Z_{k13}^2 - (r_1' + r_3')^2} \\ \sqrt{Z_{k14}^2 - (r_1' + r_4')^2} \\ \sqrt{Z_{k15}^2 - (r_1' + r_5')^2} \\ \sqrt{Z_{k16}^2 - (r_1' + r_6')^2} \\ \sqrt{Z_{k17}^2 - (r_1' + r_7')^2} \\ \sqrt{64^2 Z_{k12-7}^2 - (64r_1' + r_2' + r_3' + 4r_4' + r_5' + r_6' + 4r_7')^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 64 & 1 & 1 & 4 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L'_{\sigma 1} \\ L'_{\sigma 2} \\ L'_{\sigma 3} \\ L'_{\sigma 4} \\ L'_{\sigma 5} \\ L'_{\sigma 6} \\ L'_{\sigma 7} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

ТАБЛИЦА 1. Технические характеристики тягового трансформатора  
ОНДЦЭ-5700/25-У2

|  |          |
|--|----------|
| Номинальная мощность трансформатора, кВ·А  | 5682,9   |
| Номинальная частота питающей сети, Гц      | 50       |
| Ток холостого хода, %                      | 0,53     |
| Потери холостого хода, кВт                 | 7,5      |
| Потери короткого замыкания, кВт            | 59       |
| Сетевая обмотка                            |          |
| Номинальная мощность, кВ·А                 | 5682,9   |
| Номинальный ток, А                         | 227,3    |
| Номинальное напряжение, В                  | 25000    |
| Тяговые обмотки (ТО1, ТО2)                 |          |
| Номинальная мощность, кВ·А                 | 2×2482,2 |
| Номинальное напряжение, В, на зажимах      |          |
| $a1-x1, a2-x2$                             | 1260     |
| $a1-2, 2-x1, a2-4, 4-x2$                   | 630      |
| $a1-1, 1-2, a2-3, 3-4$                     | 315      |
| Номинальный ток обмотки и ее частей, А     | 1970     |
| Количество тяговых обмоток                 | 2        |
| Напряжение короткого замыкания, %          |          |
| CO (A-X) – ТО [(a1-x1) + (a2-x2)]          | 7,4      |
| CO (A-X) – ТО [(a1-1) + (a2-3)]            | 4,88     |
| CO (A-X) – ТО [(1-2) + (3-4)]              | 5,4      |
| CO (A-X) – ТО [(1-x1) + (3-x2)]            | 6,02     |
| CO (A-X) – ТО [(a1-2) + (a2-4)]            | 7,4      |
| CO (A-X) – ТО [(2-x1) + (4-x2)]            | 7,4      |
| CO (A-X) – ТО (a1-x1)                      | 4,0      |
| CO (A-X) – ТО (a1-1)                       | 2,48     |
| CO (A-X) – ТО (1-2)                        | 3,4      |
| CO (A-X) – ТО (a1-2)                       | 3,73     |
| CO (A-X) – ТО (2-x1)                       | 3,74     |
| CO (A-X) – ТО (1-x1)                       | 3,1      |
| CO (A-X) – ТО (a2-x2)                      | 4,0      |
| CO (A-X) – ТО (a2-3)                       | 2,48     |
| CO (A-X) – ТО (3-4)                        | 3,4      |
| CO (A-X) – ТО (a2-4)                       | 3,75     |
| CO (A-X) – ТО (4-x2)                       | 3,74     |
| CO (A-X) – ТО (3-x2)                       | 3,1      |
| Сопротивление обмоток постоянному току, Ом |          |
| CO (A-X)                                   | 0,429    |
| ТО (a1-x1)                                 | 0,00278  |

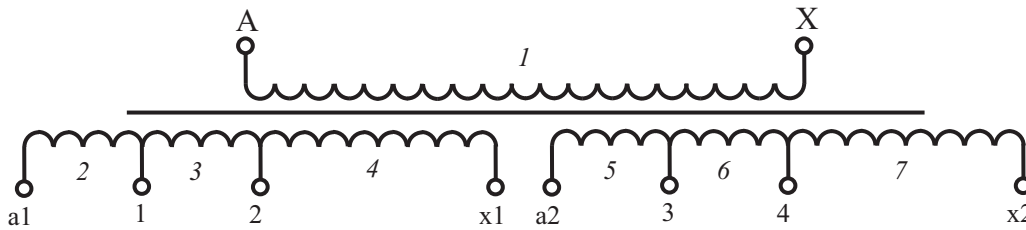


Рис. 1. Схема выводов тягового трансформатора ОНДЦЭ-5700/25-У2

ТАБЛИЦА 2. Индуктивность рассеяния сетевой обмотки и секций тяговых обмоток, определенная для семи опытов короткого замыкания трансформатора

| $L_{\sigma 1}$ , мГн | $L'_{\sigma 2}$ , мГн | $L'_{\sigma 3}$ , мГн | $L'_{\sigma 4}$ , мГн | $L'_{\sigma 5}$ , мГн | $L'_{\sigma 6}$ , мГн | $L'_{\sigma 7}$ , мГн |
|----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 19,9836              | 59,4919               | 88,9950               | 39,8867               | 59,4919               | 88,9950               | 39,8867               |

где  $L'_{\sigma p}$  – индуктивность рассеяния  $p$ -й обмотки ( $p = 1, 2, \dots, n$  – номер обмотки), приведенная к числу витков сетевой обмотки;

$w = \sum_{p=2}^n w_p$  – суммарное число витков вторичных обмоток;  $r'_p$  – сопротивление  $p$ -й обмотки трансформатора постоянному току, приведенное к числу витков сетевой обмотки;  $Z_{k1p}$  – полное сопротивление короткого замыкания трансформатора со стороны зажимов 1–1 при закороченной  $p$ -й секции тяговой обмотки (например:  $Z_{CO(A-X)-TO(a1-1)}$  соответствует  $Z_{k12}$ );  $Z_{k1s}$  – полное сопротивление короткого замыкания трансформатора со стороны зажимов 1–1, при закороченном последовательном соединении всех секций тяговых обмоток ( $Z_{CO(A-X)-TO[(a1-x1)+(a2-x2)]}$  соответствует  $Z_{k12-7}$ ).

Для опытов короткого замыкания трансформатора, когда  $s < n - 1$ ,  $p$ -я обмотка не закорочена,  $w_p, r'_p, L'_{\sigma p}$  равны нулю.

Отсутствие второй системы уравнений, составленной по выражению (5) из [8], обусловлено тем, что в [2] приводятся активные потери для опыта полного короткого замыкания трансформатора, поэтому учитываются

только активные потери в обмотках тягового трансформатора, что отражено в левой части системы уравнений (1).

Решением системы уравнений (1) являются значения индуктивности рассеяния сетевой обмотки и секций тяговых обмоток (табл. 2).

Для адекватного воспроизведения работы тягового трансформатора с секционированными вторичными обмотками в режимах коммутации тиристорных плеч выпрямительно-инверторного преобразователя (ВИП) недостаточно опытов короткого замыкания, приведенных в табл. 1:  $(n \cdot (n - 1)/2)$  [8]. Однако при типовом способе управления ВИП и одинаковом времени включения (выключения) тиристоров можно сделать допущение:  $L'_{\sigma 26} = L'_{\sigma 53}, L'_{\sigma 27} = L'_{\sigma 54}, L'_{\sigma 37} = L'_{\sigma 64}$  ( $L'_{\sigma pq} = L'_{\sigma qp}$  – взаимная индуктивность, учитывающая изменение индуктивности рассеяния обмоток при дискретном переключении нагрузки секций тяговых обмоток [8], приведенная к числу витков сетевой обмотки). Тогда определим взаимную индуктивность  $L'_{\sigma pq}$ , решив матричное уравнение, составленное по выражению (6) из [8]:

$$w^2 L_{k1s} - w^2 L_{\sigma 1} - \sum_{p=2}^n w_p^2 L'_{\sigma p} = -2w \sum_{p=2}^n w_p L'_{\sigma 1p} + \sum_{q=2}^n \sum_{\substack{p=2, \\ p \neq q}}^n w_q w_p L'_{\sigma pq};$$

$$\|L'_k\| = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -4 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -12 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & -8 & -16 & 2 & 4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & -4 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6 & -12 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8 & -8 & -16 & 2 & 4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -16 & -16 & -32 & 2 & 4 & 4 & -16 & -16 & -32 & 2 & 4 & 4 & 2 & 2 & 4 & 2 & 4 & 8 \\ -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ -8 & -8 & 0 & 2 & 0 & 0 & -8 & -8 & 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -24 & 0 & 0 & 4 & 0 & -12 & -24 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L'_{\sigma 12} \\ L'_{\sigma 13} \\ L'_{\sigma 14} \\ L'_{\sigma 23} \\ L'_{\sigma 24} \\ L'_{\sigma 34} \\ L'_{\sigma 15} \\ L'_{\sigma 16} \\ L'_{\sigma 17} \\ L'_{\sigma 56} \\ L'_{\sigma 57} \\ L'_{\sigma 67} \\ L'_{\sigma 25} \\ 2L'_{\sigma 26} \\ 2L'_{\sigma 27} \\ L'_{\sigma 36} \\ 2L'_{\sigma 37} \\ L'_{\sigma 47} \end{bmatrix},$$

где

$$\|L'_k\| = \frac{1}{2\pi f} \begin{bmatrix} \sqrt{Z_{k12}^2 - (r'_1 + r'_2)^2} \\ \sqrt{Z_{k13}^2 - (r'_1 + r'_3)^2} \\ \sqrt{Z_{k14}^2 - (r'_1 + r'_4)^2} \\ \sqrt{4^2 Z_{k123}^2 - (4r'_1 + r'_2 + r'_3)^2} \\ \sqrt{9^2 Z_{k134}^2 - (9r'_1 + r'_3 + 4r'_4)^2} \\ \sqrt{16^2 Z_{k1234}^2 - (16r'_1 + r'_2 + r'_3 + 4r'_4)^2} \\ \sqrt{Z_{k15}^2 - (r'_1 + r'_5)^2} \\ \sqrt{Z_{k16}^2 - (r'_1 + r'_6)^2} \\ \sqrt{Z_{k17}^2 - (r'_1 + r'_7)^2} \\ \sqrt{4^2 Z_{k156}^2 - (4r'_1 + r'_5 + r'_6)^2} \\ \sqrt{9^2 Z_{k167}^2 - (9r'_1 + r'_6 + 4r'_7)^2} \\ \sqrt{16^2 Z_{k1567}^2 - (16r'_1 + r'_5 + r'_6 + 4r'_7)^2} \\ \sqrt{64^2 Z_{k12-7}^2 - (64r'_1 + r'_2 + r'_3 + 4r'_4 + r'_5 + r'_6 + 4r'_7)^2} \\ \sqrt{4^2 Z_{k125}^2 - (4r'_1 + r'_2 + r'_5)^2} \\ \sqrt{4^2 Z_{k136}^2 - (4r'_1 + r'_6 + r'_7)^2} \\ \sqrt{16^2 Z_{k147}^2 - (16r'_1 + 4(r'_4 + r'_7))^2} \\ \sqrt{16^2 Z_{k12356}^2 - (16r'_1 + r'_2 + r'_3 + r'_5 + r'_6)^2} \\ \sqrt{36^2 Z_{k13467}^2 - (36r'_1 + r'_3 + 4r'_4 + r'_6 + 4r'_7)^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 0 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 16 & 1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 16 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 4 \\ 64 & 1 & 1 & 4 & 1 & 1 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 16 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 4 \\ 16 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 36 & 0 & 1 & 4 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L'_{\sigma 1} \\ L'_{\sigma 2} \\ L'_{\sigma 3} \\ L'_{\sigma 4} \\ L'_{\sigma 5} \\ L'_{\sigma 6} \\ L'_{\sigma 7} \end{bmatrix}.$$

Система уравнений, описывающая работу семиобмоточного трансформатора, с учетом магнитного потока, все силовые линии которого полностью замыкаются по сердечнику переменными  $L_m = 64,0078$  Гн и  $r_m = 5167,9$  Ом (определены из опыта холостого хода трансформатора) примет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ -u_7' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_m + r_{\sigma 1} & \cdots & r_m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_m & \cdots & r_m + r_{\sigma 7}' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_p' \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} L_m + L_{\sigma 1} & \cdots & L_m + L_{\sigma 17}' \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_m + L_{\sigma 71}' & \cdots & L_m + L_{\sigma 7}' \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_7' \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $u$  – вектор размера  $(7 \times 1)$ , компонентами которого являются напряжения на обмотках трансформатора, приведенные к числу витков сетевой обмотки;  $i$  – вектор размера  $(7 \times 1)$ , компонентами которого являются токи, протекающие по обмоткам трансформатора, приведенные к числу витков сетевой обмотки;

$$R = \begin{bmatrix} 5168,2875 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 \\ 5167,859 & 5167,9958 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 \\ 5167,859 & 5167,859 & 5167,9958 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 \\ 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5168,1326 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 \\ 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,9958 & 5167,859 & 5167,859 \\ 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,9958 & 5167,859 \\ 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5167,859 & 5168,1326 \end{bmatrix};$$

$$L = \begin{bmatrix} 64,0078 & 64,0078 & 64,0078 & 64,0078 & 64,0078 & 64,0078 & 64,0078 \\ 64,0078 & 64,0673 & 64,0131 & 64,0089 & 64,0647 & 64,0346 & 63,9839 \\ 64,0078 & 64,0131 & 64,0968 & 63,9751 & 64,0346 & 64,0519 & 63,9833 \\ 64,0078 & 64,0089 & 63,9751 & 64,0477 & 63,9839 & 63,9833 & 64,0465 \\ 64,0078 & 64,0647 & 64,0346 & 63,9839 & 64,0673 & 64,0138 & 64,0086 \\ 64,0078 & 64,0346 & 64,0519 & 63,9833 & 64,0138 & 64,0968 & 63,9751 \\ 64,0078 & 63,9839 & 63,9833 & 64,0465 & 64,0086 & 63,9751 & 64,0477 \end{bmatrix}.$$

Зная коэффициенты при токах, их производных и напряжениях обмоток трансформатора системы уравнений (2), вычислим элементы матриц уравнений динамики и выхода по алгоритму, описанному в [8]:

$$A = \begin{bmatrix} -40,0616 & -24,9550 & -24,6055 & -22,9332 & -24,9513 & -24,6110 & -22,9506 \\ -3,4386 & -5,2878 & -5,0587 & -10,9949 & -5,2010 & -3,8120 & 2,0982 \\ -6,4664 & -9,1813 & -11,4527 & -12,5459 & -7,9377 & -7,1766 & -5,4990 \\ -10,4759 & -17,4205 & -16,1347 & -17,7894 & -10,8734 & -12,6250 & -13,1646 \\ -3,4710 & -5,2451 & -3,8592 & 2,0553 & -5,3429 & -5,0946 & -11,0361 \\ -6,4184 & -7,8694 & -7,1113 & -5,4612 & -9,1079 & -11,3880 & -12,4632 \\ -10,4002 & -10,7710 & -12,5082 & -13,0616 & -17,3161 & -16,0230 & -17,7155 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} -34,3280 & -2,9020 & -5,4572 & -8,8409 & -2,9293 & -5,4167 & -8,7770 \\ 2,9020 & 4,4275 & 2,7523 & 23,0729 & 3,7926 & -6,3604 & -24,7819 \\ 5,4572 & 2,7523 & 19,3563 & 13,6737 & -6,3384 & -11,9023 & -12,0827 \\ 8,8409 & 23,0729 & 13,6737 & 12,8846 & -24,7864 & -11,9821 & -4,0189 \\ 2,9293 & 3,7926 & -6,3384 & -24,7864 & 4,5074 & 2,6928 & 23,0622 \\ 5,4167 & -6,3604 & -11,9023 & -11,9821 & 2,6928 & 19,3605 & 13,6100 \\ 8,7770 & -24,7819 & -12,0827 & -4,0189 & 23,0622 & 13,6100 & 12,9910 \end{bmatrix} \cdot C;$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25000/315 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25000/315 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 25000/630 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25000/315 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25000/315 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25000/630 \end{bmatrix}.$$

ТАБЛИЦА 3. Взаимные индуктивности, учитывающие изменение индуктивностей рассеяния обмоток при дискретном переключении нагрузки секций тяговых обмоток

|                        |                        |                        |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| $L'_{\sigma 12}$ , мГн | $L'_{\sigma 13}$ , мГн | $L'_{\sigma 14}$ , мГн | $L'_{\sigma 23}$ , мГн | $L'_{\sigma 24}$ , мГн | $L'_{\sigma 34}$ , мГн |
| 0                      | 0                      | 0                      | 5,3162                 | 1,1393                 | -32,7306               |
| $L'_{\sigma 15}$ , мГн | $L'_{\sigma 16}$ , мГн | $L'_{\sigma 17}$ , мГн | $L'_{\sigma 56}$ , мГн | $L'_{\sigma 57}$ , мГн | $L'_{\sigma 67}$ , мГн |
| 0                      | 0                      | 0                      | 5,9577                 | 0,8186                 | -32,7306               |
| $L'_{\sigma 25}$ , мГн | $L'_{\sigma 26}$ , мГн | $L'_{\sigma 27}$ , мГн | $L'_{\sigma 36}$ , мГн | $L'_{\sigma 37}$ , мГн | $L'_{\sigma 47}$ , мГн |
| 56,9486                | 26,8048                | -23,8963               | 44,1204                | -24,5214               | 38,6811                |

### Реализация предложенной математической модели тягового трансформатора с секционированными вторичными обмотками в среде MATLAB Simulink

Модель трансформатора реализована в среде MATLAB Simulink на базе источника тока и параллельно подключенного измерителя напряжения [7]. Между выходами измерителей напряжения и входами источников тока

включен блок модели динамического объекта State-Space [6], в который занесены элементы матриц  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D = Z_{(7 \times 7)}$ . Схема компьютерной модели тягового трансформатора представлена на рис. 2.

Адекватность предложенной математической модели тягового трансформатора ОНДЦЭ-5700/25-У2 оценивалась по сопоставлению токов короткого замыкания, полученных из натуральных опытов короткого замыкания и путем моделирования. В табл. 4 представле-

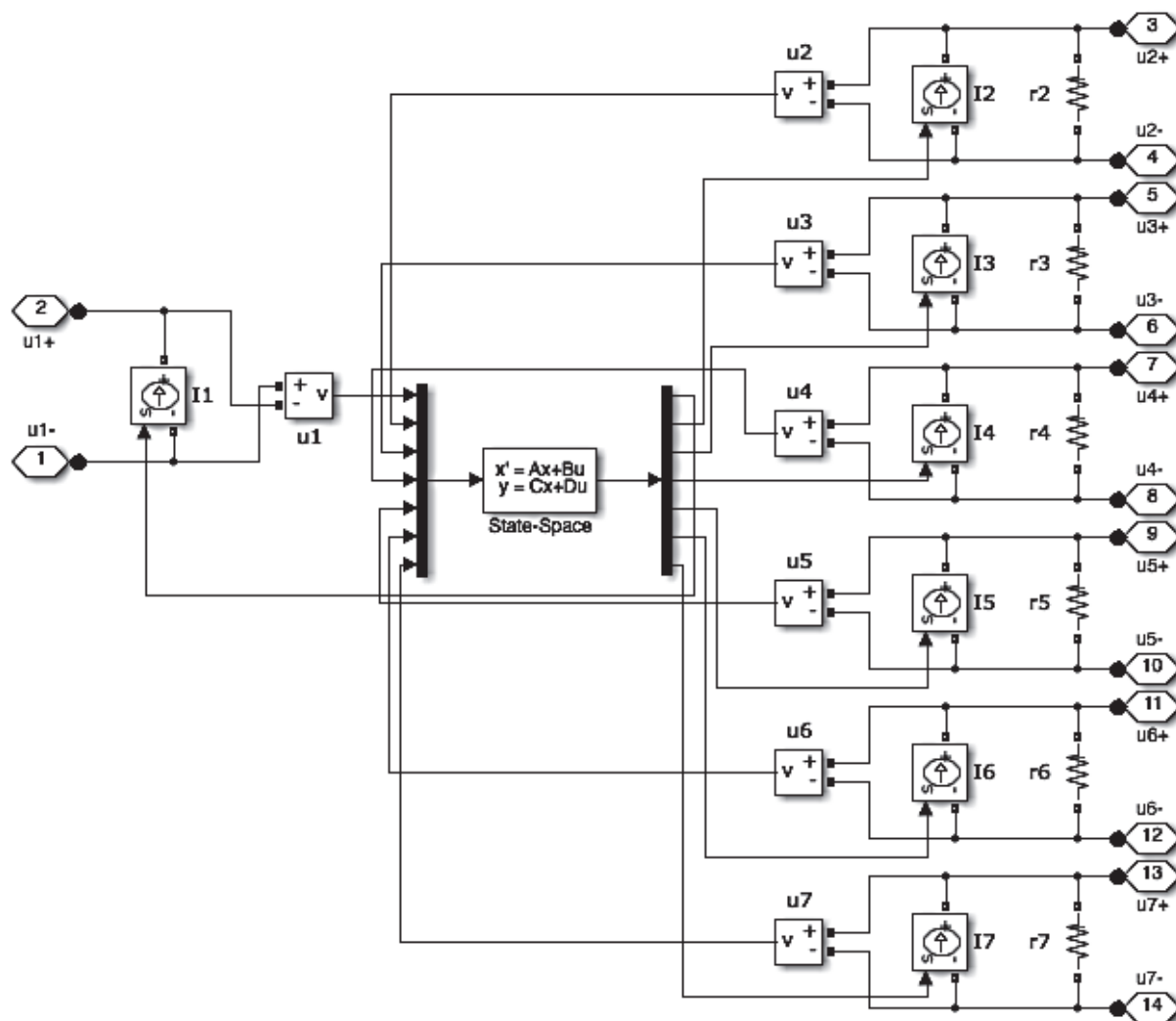


Рис. 2. Компьютерная модель тягового трансформатора

ны результаты моделирования, полученные на математической модели трансформатора state-space model и типовом блоке модели многообмоточного трансформатора multi-winding transformer из библиотеки MATLAB Simulink.

Как видно из табл. 4, типовой блок multi-winding transformer адекватно воспроизводит работу тягового трансформатора в семи опытах короткого замыкания, характеризующихся семью полями рассеяния обмоток, для которых по системе уравнений (1) определена индуктивность рассеяния обмоток  $L'_{sp}$ , введенная в типовой блок модели многообмоточного трансформатора. В оставшихся опытах короткого замыкания трансформатора расхождение результатов моделирования блока

модели многообмоточного трансформатора с расчетными значениями объясняется тем, что секционированные вторичные обмотки тягового трансформатора в компьютерной модели воспроизводятся только последовательным соединением нескольких отдельных обмоток, при этом индуктивность рассеяния секционированных вторичных обмоток будет равна сумме индуктивности рассеяния отдельных обмоток, что не соответствует действительности.

## Заключение

Результаты моделирования опытов короткого замыкания полностью подтверждают



ТАБЛИЦА 4. Результаты моделирования блока multi-winding transformer и state-space model

| Опыт короткого замыкания тягового трансформатора | Действующее значение тока сетевой обмотки трансформатора, А |                                |                   | Относительная погрешность, %   |                   |
|--|---|--------------------------------|-------------------|--------------------------------|-------------------|
|  | Расчетное значение  | Блок multi-winding transformer | State-space model | Блок multi-winding transformer | State-space model |
| $(A-X) - TO (a1-1)$                              | 24,822  | 24,839                         | 24,842            | 0,069                          | 0,079             |
| $(A-X) - TO (a2-3)$                              | 24,822  | 24,839                         | 24,842            | 0,069                          | 0,080             |
| $(A-X) - TO (1-2)$                               | 24,822  | 24,849                         | 24,851            | 0,107                          | 0,116             |
| $(A-X) - TO (3-4)$                               | 24,822  | 24,849                         | 24,850            | 0,107                          | 0,115             |
| $(A-X) - TO (2-x1)$                              | 49,644  | 49,665                         | 49,696            | 0,042                          | 0,105             |
| $(A-X) - TO (4-x2)$                              | 49,644  | 49,665                         | 49,697            | 0,042                          | 0,106             |
| $(A-X) - TO (a1-2)$                              | 49,644  | 51,972                         | 49,669            | 4,689                          | 0,050             |
| $(A-X) - TO (a2-4)$                              | 49,644  | 52,251                         | 49,669            | 5,250                          | 0,050             |
| $(A-X) - TO (1-x1)$                              | 74,466  | 49,661                         | 74,531            | 33,310                         | 0,088             |
| $(A-X) - TO (3-x2)$                              | 74,466  | 49,661                         | 74,531            | 33,310                         | 0,088             |
| $(A-X) - TO (a1-x1)$                             | 99,288  | 81,045                         | 99,342            | 18,374                         | 0,054             |
| $(A-X) - TO (a2-x2)$                             | 99,288  | 81,045                         | 99,341            | 18,374                         | 0,054             |
| $(A-X) - TO [(a1-1) + (a2-3)]$                   | 49,644  | 78,062                         | 49,679            | 57,243                         | 0,070             |
| $(A-X) - TO [(1-2) + (3-4)]$                     | 49,644  | 66,647                         | 49,685            | 34,250                         | 0,082             |
| $(A-X) - TO [(2-x1) + (4-x2)]$                   | 99,288  | 147,282                        | 99,352            | 48,338                         | 0,064             |
| $(A-X) - TO [(a1-2) + (a2-x4)]$                  | 99,288  | 152,672                        | 99,331            | 53,767                         | 0,044             |
| $(A-X) - TO [(1-x1) + (3-x2)]$                   | 148,932   | 141,582                        | 148,995           | 4,935                          | 0,042             |
| $(A-X) - TO [(a1-x1) + (a2-x2)]$                 | 198,576   | 198,590                        | 198,633           | 0,007                          | 0,029             |

адекватность полученных выражений для расчета индуктивности рассеяния обмоток трансформатора и взаимной индуктивности, учитывающей изменение магнитного поля рассеяния обмоток при дискретном переключении нагрузки секций тяговых обмоток.

Если не учитывать изменения индуктивности рассеяния обмоток при дискретном переключении токовой нагрузки на смежные секции тяговых обмоток в типовой компьютерной модели multi-winding transformer, то адекватно воспроизвести переходные процессы в силовых цепях ЭПС можно только для

контуров токовой нагрузки, соответствующим  $n$  опытам короткого замыкания трансформатора из  $n \cdot (n+1)/2$  возможных.

#### Библиографический список

1. Васютинский С.В. Вопросы теории и расчета трансформаторов / С.В. Васютинский. – Л. : Энергия, 1970. – 432 с.
2. Власьевский С.В. Повышение эффективности работы выпрямительно-инверторных преобразователей электровозов однофазно-постоянного

тока с рекуперативным торможением : дис. ... д-ра техн. наук / С. В. Власьевский. – М., 2001. – 396 с.

3. Лейтес Л. В. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов / Л. В. Лейтес, А. М. Пинцов. – М. : Энергия, 1974. – 192 с.

4. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления / В. Стрейц ; пер. с англ. ; под ред. Я. З. Цыпкина. – М. : Наука. Физматлит, 1985. – 296 с.

5. Филлипс Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филлипс, Р. Харбор ; пер. с англ. Б. И. Копылова. – М. : Лаборатория базовых знаний, 2001. – 616 с.

6. Черных И. В. Simulink: Инструмент моделирования динамических систем / И. В. Черных. – URL : <http://matlab.exponenta.ru/simulink/book1/index.php> (дата обращения 06.07.2015).

7. Черных И. В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink. – СПб. : Питер, 2008. – 288 с.

8. Якушев А. Я. Математическая модель тягового трансформатора с секционированными вторичными обмотками в пространстве состояний / А. Я. Якушев, А. Г. Середа // Изв. ПГУПС. – 2015. – Вып. 4 (45). – С. 78–84.

## References

1. Vasyutinskiy S. V. Voprosy teorii i rascheta transformatorov [Issues of Transformer Theory and Calculations]. Leningrad, Energiya, 1970. 432 p.

2. Vlasyevskiy S. V. Povysheniye effektivnosti raboty vypryamitelno-invertornykh preobrazovateley elektrovozov odnofazno-postoyannogo toka s rekuperativnym tozmozheniyem [Improving Efficiency of Operation of Reversible Convertors of Single-Phase Direct Current Electric Locomotives with Regenerative Braking: A Dissertation for Doctorate in Engineering]. Moscow, 2001. 396 p.

3. Leytes L. V. & Pintsov A. M. Skhemy zameshcheniya mnogoobmotochnykh transformatorov [Multi-Circuit Transformer Equivalent Circuits]. Moscow, Energiya, 1974. 192 p.

4. Streits V. Metod prostranstva sostoyaniy v teorii diskretnykh lineynykh sistem upravleniya [State Space Method in the Theory of Discrete Linear Control Systems]; ed. Ya. Z. Tsypkin. Moscow, Nauka, Fizmatlit, 1985. 296 p.

5. Fillips Ch. & Kharbor R. Sistemy upravleniya s obratnoy svyazyu [Feedback Control Systems]. Moscow, Laboratoriya bazovykh znaniy, 2001. 616 p.

6. Chernykh I. V. Simulink: Instrument modelirovaniya dinamicheskikh sistem (Simulink: An Instrument for Simulation of Dynamic Systems). MATLAB, Exponenta, available at: <http://matlab.exponenta.ru/simulink/book1/index.php>.

7. Chernykh I. V. Modelirovaniye elektrotekhnicheskikh ustroystv v MATLAB, SimPowerSystems and Simulink [Simulation of Electrical Devices in MATLAB, SimPowerSystems and Simulink]. St. Petersburg, Piter, 2008. 288 p.

8. Yakushev A. Ya. & Sereda A. G. *Izvestiya PGUPS – Proc. Petersburg Transp. Univ.*, 2015, Is. 4 (45), pp. 78-84.

ЯКУШЕВ Алексей Яковлевич – канд. техн. наук, доцент, профессор, [el\\_tyaga@mail.ru](mailto:el_tyaga@mail.ru); \*СЕРЕДА Александр Геннадьевич – аспирант, [ag-sereda@mail.ru](mailto:ag-sereda@mail.ru) (Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I).